



ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΕΒΔΟΜΑΔΑΣ
ΟΛΥΜΠΙΑΔΕΣ

Κωδικός: OLY2018-A21

Επιμέλεια: Δημήτρης Χριστοφίδης

Πρόβλημα

Μέσα σε ένα κυρτό 1000-γωνο επιλέγονται 500 σημεία ώστε από όλα τα 1500 σημεία δεν υπάρχουν τρία στην ίδια ευθεία. Ακολούθως αυτό το 1000-γωνο διαμερίζεται σε τρίγωνα ώστε όλα τα 1500 σημεία και μόνο αυτά να είναι κορυφές τριγώνων. Πόσα τρίγωνα θα υπάρχουν;

Πηγή: Μόσχα 1953

Προτεινόμενη Λύση

Έστω ότι δημιουργήθηκαν k τρίγωνα. Το άθροισμα των γωνιών όλων των τριγώνων ισούται με $k\pi$. Όμως το άθροισμα ισούται επίσης με $500 \cdot 2\pi + 998\pi$ αφού σε κάθε μία από τις εσωτερικές κορυφές του πολυγώνου το άθροισμα των γωνιών ισούται με 2π ενώ το άθροισμα των γωνιών στις εξωτερικές κορυφές του πολυγώνου ισούται με 998π .

Άρα έχουν δημιουργηθεί 1998 τρίγωνα.

Σχόλια

Με παρόμοιο τρόπο μπορεί να αποδειχθεί ο τύπος του Euler που είδαμε στο [OLY2017-B26](#).

Αντιστρόφως, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον τύπο του Euler για να αποδείξουμε το ζητούμενο. Πράγματι αν υπάρχουν k τρίγωνα, το αντίστοιχο γράφημα θα έχει $V = 1500$, $2E = 3k + 1000$ και $F = k + 1$. Ο τύπος $V - E + F = 2$ δίνει πάλι ότι $k = 1998$.