



Κυπριακή Μαθηματική Εταιρεία  
Στασίνου 36, Γραφ. 102, Στρόβολος 2003, Λευκωσία  
Τηλέφωνο: 357 – 22378101, Φαξ: 357 – 22379122  
[cms@cms.org.cy](mailto:cms@cms.org.cy), [www.cms.org.cy](http://www.cms.org.cy)

ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΕΒΔΟΜΑΔΑΣ  
ΟΛΥΜΠΙΑΔΕΣ

Κωδικός: OLY2018-B07

**Πρόβλημα**

Στην δυαδικοχώρα, υπάρχουν  $2^{10}$  πόλεις, κάθε μία εκ των οποίων ονομάστηκε από έναν διαφορετικό δεκαψήφιο δυαδικό αριθμό. (Επιτρέπονται και τα μηδενικά στην αρχή του κάθε αριθμού.) Υπάρχει δρόμος μεταξύ δύο πόλεων αν και μόνο αν οι δύο πόλεις διαφέρουν μεταξύ τους σε ένα και μοναδικό ψηφίο.

- (α) Πόσοι δρόμοι υπάρχουν στην δυαδικοχώρα;
- (β) Με πόσους τρόπους μπορούμε να πάμε από την πόλη  $0 \dots 0$  στην πόλη  $1 \dots 1$  περνώντας από ακριβώς 10 δρόμους;
- (γ) Η κυβέρνηση της δυαδικοχώρας αποφάσισε να εγκαταστήσει διόδους σε κάποιες από τις πόλεις. Θέλει όμως με οποιοδήποτε τρόπο πάμε από την πόλη  $0 \dots 0$  στην πόλη  $1 \dots 1$  περνώντας από ακριβώς 10 δρόμους, να περάσουμε από το πολύ μία πόλη στην οποία να υπάρχουν διόδους. Σε πόσες το πολύ πόλεις μπορεί να εγκαταστήσει διόδους;