



Κυπριακή Μαθηματική Εταιρεία
Στασίνου 36, Γραφ. 102, Στρόβολος 2003, Λευκωσία
Τηλέφωνο: 357 – 22378101, Φαξ: 357 – 22379122
cms@cms.org.cy, www.cms.org.cy

ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΕΒΔΟΜΑΔΑΣ
ΟΛΥΜΠΙΑΔΕΣ

Κωδικός: OLY2018-B22

Πρόβλημα

Ονομάζουμε ένα θετικό ακέραιο N ισορροπημένο αν $N = 1$ ή αν είναι γινόμενο περιττού πλήθους πρώτων αριθμών (όχι απαραίτητα διαφορετικών). Δοθέντων θετικών ακεραίων a, b θεωρούμε το πολυώνυμο $P(x) = (x + a)(x + b)$.

- (α) Ναδειχθεί ότι υπάρχουν διαφορετικοί θετικοί ακέραιοι a, b ώστε οι αριθμοί $P(1), P(2), \dots, P(50)$ να είναι όλοι ισορροπημένοι.
- (β) Αν ο $P(n)$ είναι ισορροπημένος για κάθε θετικό ακέραιο n , ναδειχθεί ότι $a = b$.