



ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΕΒΔΟΜΑΔΑΣ
ΟΛΥΜΠΙΑΔΕΣ

Κωδικός: OLY2019-A04

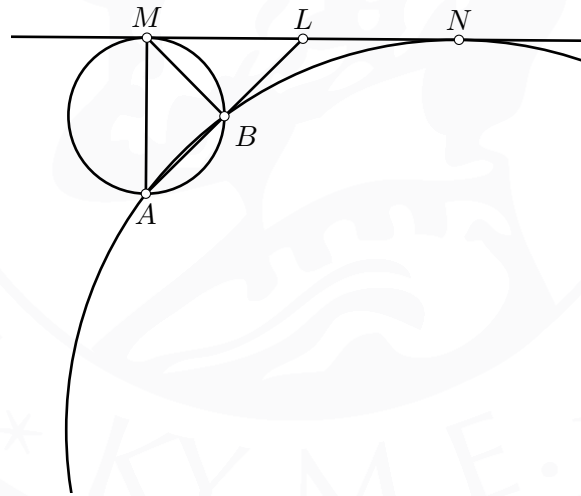
Επιμέλεια: Δημήτρης Χριστοφίδης

Πρόβλημα

Δίνονται κύκλοι k_1 και k_2 οι οποίοι τέμνονται στα σημεία A και B . Έστω ℓ μια κοινή εφαπτομένη των k_1 και k_2 η οποία τέμνει τους k_1 και k_2 στα σημεία M και N αντίστοιχα. Αν η ℓ είναι κάθετη στην AM και $MN = 2AM$, να βρεθεί το μέτρο της γωνίας NMB .

Πηγή: Βαλκανιάδα Νέων 2012

Προτεινόμενη Λύση



Έστω L το σημείο τομής της AB με την MN . Η AB είναι ο ριζικός άξονας των δύο κύκλων (δείτε την λύση του [OLY2017-A35](#)) οπότε το L έχει ίση δύναμη ως προς τους δύο κύκλους. Η δύναμη όμως του L ως προς τους δύο κύκλους ισούται με LM^2 και LN^2 αντίστοιχα, άρα $LM = LN$. Αφού $MN = 2AM$ έχουμε $AM = ML$, δηλαδή το τρίγωνο AML είναι ισοσκελές.

Γνωρίζουμε επιπλέον ότι η AM είναι κάθετη στην MN . Άρα $\angle AML = 90^\circ$ και $\angle MAL = \angle MLA = 45^\circ$. Αφού η AM είναι κάθετη στην MN , τότε η AM είναι διάμετρος του κύκλου. Τότε είναι $\angle MBA = 90^\circ$, άρα $\angle AMB = 45^\circ$ και $\angle NMB = 45^\circ$.