



ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΕΒΔΟΜΑΔΑΣ
ΟΛΥΜΠΙΑΔΕΣ

Κωδικός: OLY2021-A07

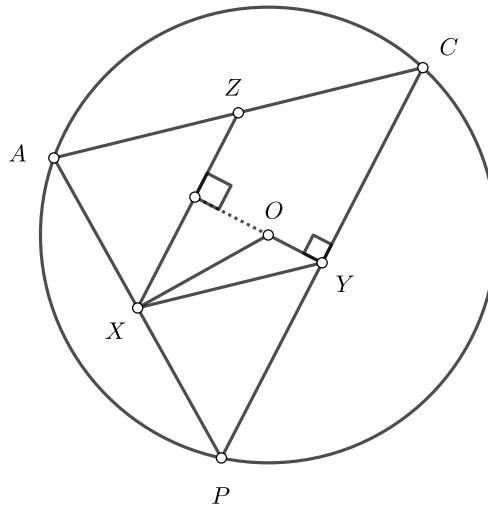
Επιμέλεια: Δημήτρης Χριστοφίδης

Πρόβλημα

Έστω κύκλος ω με κέντρο O και έστω διαφορετικά σταθερά σημεία A, C πάνω στον ω . Έστω P σημείο στον ω το οποίο δεν είναι αντιδιαμετρικό των A και C . Έστω X, Y τα μέσα των PA και PC αντίστοιχα και έστω H το ορθόκεντρο του τριγώνου OXY . Ναδειχθεί ότι το σημείο H είναι σταθερό σημείο ανεξάρτητο του σημείου P .

Πηγή: Τουρνουά Πόλεων 2019

Προτεινόμενη Λύση



Έστω Z το μέσο της AC . Θα δείξουμε ότι $H = M$. Επειδή X, Z τα μέσα των AP και AC αντίστοιχα, τότε η XZ είναι παράλληλη στην PC . Επειδή το O είναι το κέντρο του ω , και το Y είναι το μέσο της PC , τότε η OY είναι κάθετη στην PC άρα είναι κάθετη και στην XZ . Επομένως το H βρίσκεται πάνω στην XZ . Ομοίως βρίσκεται και πάνω στην YZ . Άρα $H = Z$ όπως ισχυριστήκαμε.