



ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΕΒΔΟΜΑΔΑΣ
ΟΛΥΜΠΙΑΔΕΣ

Κωδικός: OLY2021-A15

Επιμέλεια: Δημήτρης Χριστοφίδης

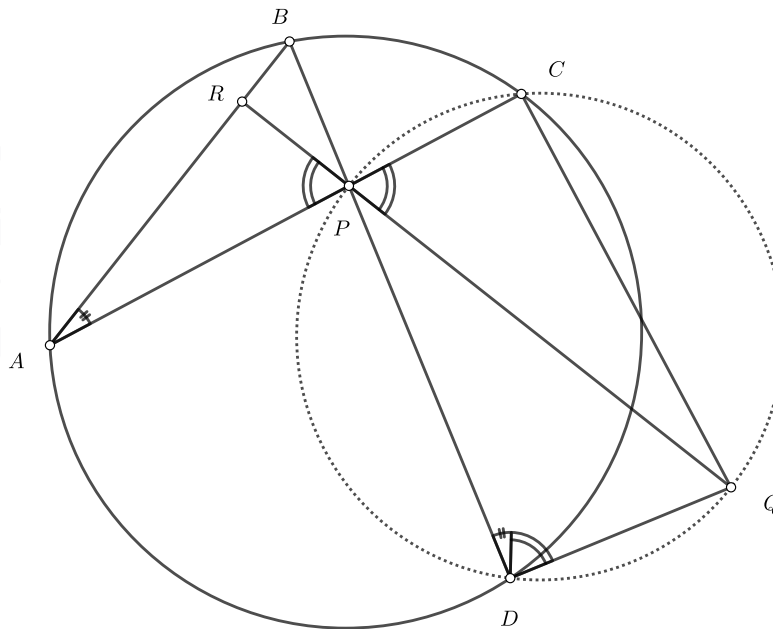
Πρόβλημα

Δίνονται σημεία A, B, C και D με αυτήν τη σειρά πάνω σε κύκλο. Οι χορδές AC και BD τέμνονται στο σημείο P . Η κάθετη στην AC που περνά από το C και η κάθετη στο BD που περνά από το D τέμνονται στο σημείο Q .

Να δείξετε ότι οι ευθείες AB και PQ είναι κάθετες.

Πηγή: Γερμανία 2016

Προτεινόμενη Λύση



Τα σημεία P, D, Q, C είναι ομοκυκλικά σε κύκλο διαμέτρου PQ . Έστω R το σημείο τομής των AB και PQ . Τότε

$$\angle BAC = \angle BDC = 90^\circ - \angle CDQ = 90^\circ - \angle CPQ = 90^\circ - \angle RPA$$

Άρα $\angle RAP + \angle RPA = 90^\circ$ και το ζητούμενο έπεται.