



ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΕΒΔΟΜΑΔΑΣ
ΟΛΥΜΠΙΑΔΕΣ

Κωδικός: OLY2021-B04

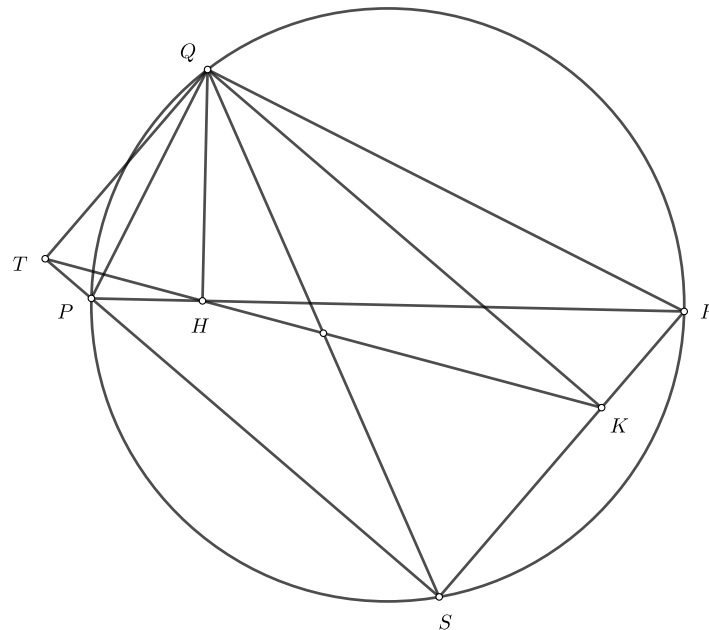
Επιμέλεια: Δημήτρης Χριστοφίδης

Πρόβλημα

Έστω εγγράψιμο τετράπλευρο $PQRS$ με $\angle PSR = \frac{\pi}{2}$. Έστω H, K τα ίχνη των υψών από το Q στις PR και RS . Ναδειχθεί ότι η HK διχοτομεί το τμήμα SQ .

Πηγή: Χονγκ Κονγκ 1998

Προτεινόμενη Λύση



Επειδή $\angle PSR = \frac{\pi}{2}$, τότε η PR είναι διάμετρος του περιγεγραμμένου κύκλου του τετραπλεύρου $PQRS$. Άρα ισχύει επίσης και ότι $\angle PQR = \frac{\pi}{2}$.

Άρα το τετράπλευρο $QKST$ είναι ορθογώνιο και επομένως οι διαγώνιοί του διχοτομούνται.

Έστω T το ίχνος του ύψους από το Q στην PS . Τα σημεία T, H, K είναι συνευθειακά επειδή βρίσκονται πάνω στην ευθεία Simson. (Δείτε τη λύση του: [OLY2017-B08](#).)

Από τα πιο πάνω η HK διχοτομεί το τμήμα SQ όπως θέλαμε να δείξουμε.