

ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ

ΚΑ' ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ
ΟΛΥΜΠΙΑΔΑ 2020

28 ΙΟΥΝΙΟΥ 2020



A' & B' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

www.cms.org.cy

ΘΕΜΑΤΑ ΣΤΑ ΕΛΛΗΝΙΚΑ ΚΑΙ ΑΓΓΛΙΚΑ
PAPERS IN BOTH GREEK AND ENGLISH

ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ
ΟΛΥΜΠΙΑΔΑ 2020

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΕΚΔΟΣΗ



Κυπριακή Μαθηματική Εταιρεία
Στασίνου 36, Γραφ. 102, Στρόβολος 2003, Λευκωσία
Τηλέφωνο: 357 – 22378101, Φαξ: 357 – 22379122
cms@cms.org.cy, www.cms.org.cy

ΚΑ΄ ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΟΛΥΜΠΙΑΔΑ

Κυριακή, 28 Ιουνίου 2020

ΔΟΚΙΜΙΟ

Α΄ & Β΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΧΡΟΝΟΣ: 60 λεπτά

- Να συμπληρώσετε προσεκτικά το φύλλο απαντήσεων, επιλέγοντας μόνο μία απάντηση για κάθε ερώτηση. Η συμπλήρωση να γίνει με μαύρισμα στον αντίστοιχο κύκλο.
- Κάθε σωστή απάντηση βαθμολογείται με 4 μονάδες. Για κάθε λανθασμένη απάντηση αφαιρείται 1 μονάδα.
- Απάντηση σε άσκηση με μαύρισμα σε περισσότερους από έναν κύκλους θεωρείται λανθασμένη. Επειδή η διόρθωση θα γίνει ηλεκτρονικά, οποιοδήποτε επιπλέον σημάδι ή σβήσιμο μπορεί να καταστήσει την απάντηση λανθασμένη.
- Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τον χώρο δίπλα στις ασκήσεις για να κάνετε βοηθητικές πράξεις.
- Συστήνεται όπως σημειώνετε τις απαντήσεις σας στο ειδικό έντυπο απαντήσεων στα τελευταία πέντε λεπτά της εξέτασης, αφού βεβαιωθείτε ότι οι απαντήσεις σας είναι τελικές.

Παραδείγματα συμπλήρωσης απαντήσεων

1. Να υπολογίσετε το άθροισμα $2 + 3$.

A. 6

B. 5

Γ. 4

Δ. 3

Ε. 2

Σωστή συμπλήρωση

1. A B Γ Δ E

1. A B Γ Δ E

1. A B Γ Δ E

Λανθασμένη συμπλήρωση

1. A B Γ Δ E

1. A B Γ Δ E

1. A B Γ Δ E

1. Η τιμή της παράστασης

$$A = 1990 - 1991 + 1992 - 1993 + 1994 - 1995 + \cdots - 2019 + 2020$$

είναι ίση με:

- A. 2000 B. -15 C. 15 D. 2005 E. 510

2. Το τελευταίο ψηφίο της παράστασης

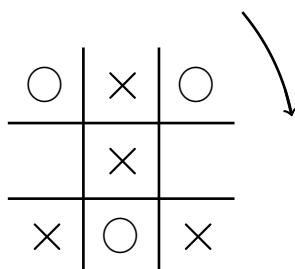
$$B = 2019^0 + 2019^1 + 2019^2 + 2019^3$$

είναι:

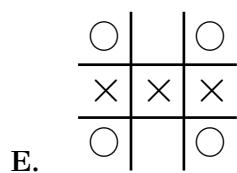
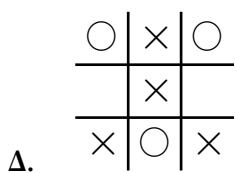
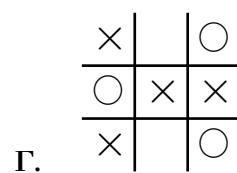
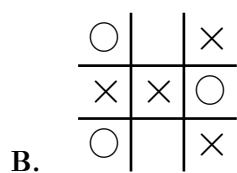
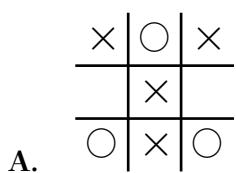
- A. 9 B. 3 C. 2 D. 1 E. 0

3. Σε ένα διαγώνισμα Μαθηματικών, ο Δημήτρης απάντησε σωστά 80% από τις 10 ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής και 70% από τις 30 ερωτήσεις ανάπτυξης. Το ποσοστό από τις 40 ερωτήσεις του διαγωνίσματος που απάντησε σωστά ο Δημήτρης είναι:

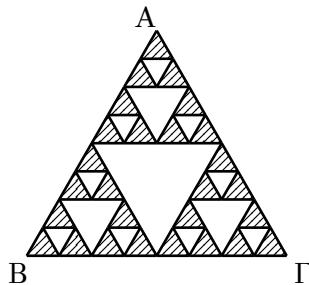
- A. 74% B. 72,5% C. 76% D. 73% E. 73,5%

4. Η Άντρη θα περιστρέψει την πιο κάτω εικόνα κατά 90° δεξιόστροφα (φορά ρολογιού).

Το αποτέλεσμα της πιο πάνω περιστροφής είναι:



5. Στο πιο κάτω σχήμα, όλα τα τρίγωνα είναι ισόπλευρα.



Το μέρος του τριγώνου $\triangle ABC$ που είναι σκιασμένο είναι:

- | | | | | |
|------------------|--------------------|-------------------|--------------------|--------------------|
| A. $\frac{3}{4}$ | B. $\frac{27}{37}$ | C. $\frac{9}{16}$ | D. $\frac{27}{64}$ | E. Κανένα από αυτά |
|------------------|--------------------|-------------------|--------------------|--------------------|

6. Πέντε ακέραιοι, οι $4, 4, x, y, 13$, όπου $x \neq y$, έχουν γραφτεί από τον μικρότερο στον μεγαλύτερο. Αν η μέση τιμή των πέντε πιο πάνω ακέραιών είναι ακέραιος, τότε το πλήθος των διαφορετικών ζευγών (x, y) που υπάρχουν είναι:

- | | | | | |
|------|------|------|-------|--------------------|
| A. 7 | B. 8 | C. 9 | D. 10 | E. Κανένα από αυτά |
|------|------|------|-------|--------------------|

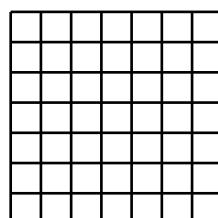
7. Μια τσάντα περιέχει 8 λευκές μπάλες και 4 μαύρες μπάλες. Αν τραβήξουμε τυχαία μία μπάλα από την τσάντα αυτή, τότε η πιθανότητα να πάρουμε μαύρη μπάλα είναι ίση με:

- | | | | | |
|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| A. $\frac{8}{4}$ | B. $\frac{4}{8}$ | C. $\frac{2}{3}$ | D. $\frac{1}{4}$ | E. $\frac{1}{3}$ |
|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|

8. Αριθμός μαθητών θέλουν να αγοράσουν ένα διαδραστικό πίνακα για το σχολείο τους. Αν δώσει ο καθένας από €35, τότε θα τους υπολείπονται ακόμα €315. Αν δώσει ο καθένας από €42, τότε θα τους περισσέψουν €315. Ο αριθμός των μαθητών είναι:

- | | | | | |
|-------|-------|-------|------|--------------------|
| A. 63 | B. 90 | C. 77 | D. 7 | E. Κανένα από αυτά |
|-------|-------|-------|------|--------------------|

9. Ο αριθμός των τετραγώνων που φαίνονται στο πιο κάτω σχήμα είναι:



- | | | | | |
|--------|--------|-------|-------|-------|
| A. 162 | B. 140 | C. 49 | D. 50 | E. 55 |
|--------|--------|-------|-------|-------|

- 10.** Σε ένα σχολείο, 170 μαθητές ρωτήθηκαν για τα είδη των φρούτων που τους αρέσουν, ανάμεσα σε μήλο, πορτοκάλι και μπανάνα. Τα αποτελέσματα παρατίθενται στον πιο κάτω πίνακα.

| Είδος Φρούτου | Αριθμός Μαθητών |
|-----------------------------|-----------------|
| Μήλο | 107 |
| Πορτοκάλι | 90 |
| Μπανάνα | 71 |
| Μήλο και Πορτοκάλι | 56 |
| Πορτοκάλι και Μπανάνα | 40 |
| Μήλο και Μπανάνα | 47 |
| Μήλο, Πορτοκάλι και Μπανάνα | 36 |

Ο αριθμός των μαθητών, στους οποίους δεν αρέσει κανένα από τα τρία φρούτα είναι:

A. 9

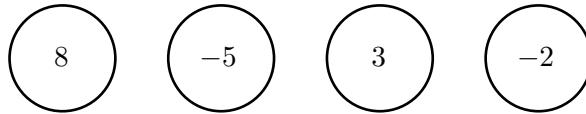
B. 89

Γ. 98

Δ. 10

E. Κανένα
από αυτά

- 11.** Τέσσερις μπάλες είναι αριθμημένες όπως φαίνεται πιο κάτω.



Ο Νίκος επιλέγει δύο μπάλες και πολλαπλασιάζει τους αριθμούς που αναγράφονται σε αυτές. Η πιθανότητα το γινόμενο να είναι αρνητικός περιττός αριθμός είναι:

A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{2}$ Γ. $\frac{3}{5}$ Δ. $\frac{3}{8}$ E. Κανένα
από αυτά

- 12.** Ο μεγαλύτερος από τους αριθμούς

$$2^{60}, \quad 3^{40}, \quad 1^{800}, \quad 3^{30} + 3^{30} + 3^{30}, \quad 1000000000$$

είναι ο:

A. 2^{60} B. 3^{40} Γ. 1^{800} Δ. $3^{30} + 3^{30} + 3^{30}$ Ε. 1000000000

13. Αν

$$a \nabla \beta = \sqrt{a^2 - \beta^2}$$

και

$$a \star \beta = \sqrt{a^2 + b^2},$$

τότε η τιμή της παράστασης

$$(3 \star 4) \star (20 \nabla 16)$$

είναι ίση με:

A. $\sqrt{194}$

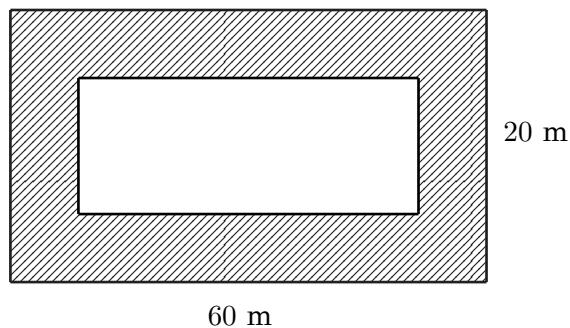
B. 169

C. 12

D. 5

E. 13

14. Στο πιο κάτω σχήμα φαίνεται μια πισίνα και ένας πέτρινος διάδρομος πλάτους 4 m.



Η περίμετρος της πισίνας είναι:

A. 128 m

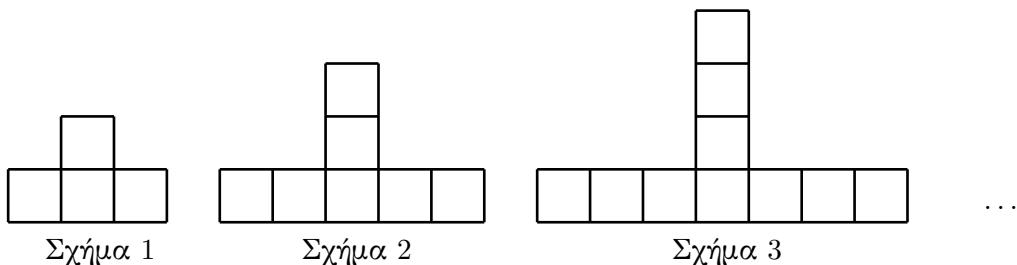
B. 160 m

C. 144 m

D. 64 m

E. 300 m

15. Στην πιο κάτω εικόνα φαίνονται τα τρία πρώτα σχήματα ενός μοτίβου, τα οποία κατασκευάστηκαν με τετράγωνα πλευράς 1.



Η περίμετρος του 10^{ου} σχήματος είναι:

A. 21

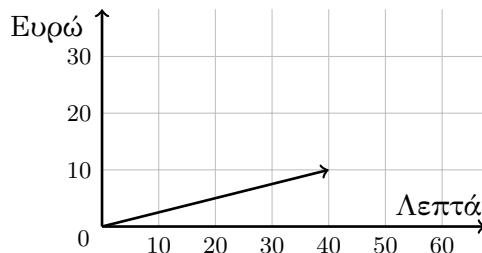
B. 33

C. 64

D. 100

E. Κανένα από αυτά

16. Το πιο κάτω διάγραμμα δείχνει το κόστος λειτουργίας μιας μηχανής.



Το κόστος λειτουργίας της μηχανής ανά ώρα είναι:

- A. €10 B. €15 C. €20 D. €25 E. €30

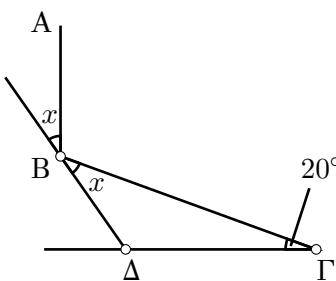
17. Δίνονται οι πιο κάτω δηλώσεις:

- A. Ένα ευθύγραμμο τμήμα μπορεί να διαιρέσει ένα ημικύκλιο σε δύο μικρότερα ημικύκλια.
 B. Ένα ευθύγραμμο τμήμα μπορεί να διαιρέσει ένα ορθογώνιο σε δύο μικρότερα ορθογώνια.
 C. Ένα ευθύγραμμο τμήμα μπορεί να διαιρέσει ένα τετράγωνο σε δύο μικρότερα τετράγωνα.
 D. Ένα ευθύγραμμο τμήμα μπορεί να διαιρέσει έναν κύκλο σε δύο μικρότερους κύκλους.
 E. Ένα ευθύγραμμο τμήμα μπορεί να διαιρέσει έναν ρόμβο σε δύο μικρότερους ρόμβους.

Από τις πιο πάνω δηλώσεις, αληθής είναι η:

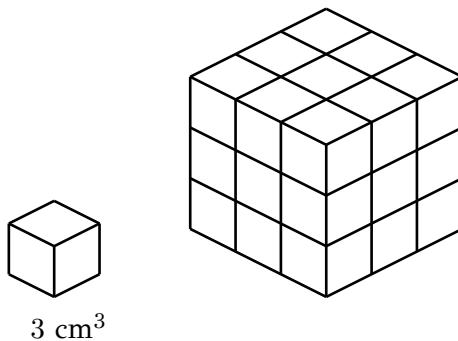
- A. Α B. Β C. Γ D. Δ E. Ε

18. Αν $AB \perp \Gamma\Delta$ και η γωνία $\angle B\Gamma\Delta = 20^\circ$, τότε η γωνία $\angle x$ είναι ίση με:



- A. 20° B. 35° C. 40° D. 30° E. Κανένα από αυτά

19. Αν ο όγκος ενός μικρού κύβου είναι 3 cm^3 , τότε ο όγκος του μεγάλου κύβου είναι:

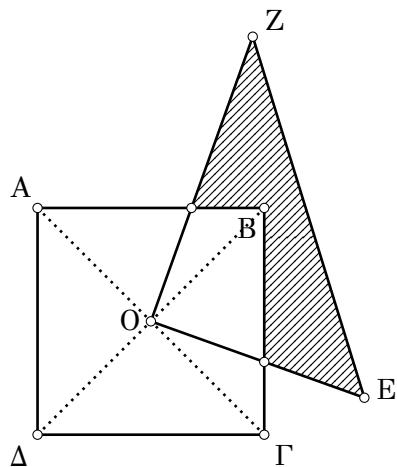


- A. 9 cm^3 B. 18 cm^3 C. 27 cm^3 D. 81 cm^3 E. Κανένα από αυτά

20. Ένα αγόρι βάφει σταδιακά έναν τοίχο. Κατά τη διάρκεια της πρώτης ημέρας βάφει το $1/3$ του τοίχου. Κατά τη διάρκεια της δεύτερης ημέρας βάφει το $1/4$ του τοίχου. Κατά τη διάρκεια της τρίτης ημέρας βάφει το $1/5$ του τοίχου και ούτω καθεξής. Ο αριθμός των ημερών που απαιτούνται, για να βαφεί ολόκληρος ο τοίχος είναι:

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7 E. 8

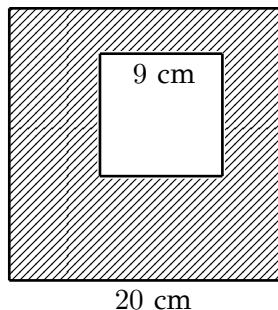
21. Στο πιο κάτω σχήμα, το $ABΓΔ$ είναι τετράγωνο με πλευρά 6 cm , το O είναι το κέντρο του τετραγώνου και το $ΔEOZ$ είναι ορθογώνιο τρίγωνο με κάθετες πλευρές $OZ = 8 \text{ cm}$ και $OE = 6 \text{ cm}$.



Το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής είναι:

- A. 18 cm^2 B. 12 cm^2 C. 9 cm^2 D. 15 cm^2 E. Κανένα από αυτά

22. Μια ακτίνα λέιζερ θα κτυπήσει στο πιο κάτω τετραγωνικό πλακάκι.



Η πιθανότητα να κτυπήσει στο μικρό άσπρο τετράγωνο είναι:

- A. $\frac{9}{20}$ B. $\frac{81}{400}$ C. $\frac{81}{319}$ D. $\frac{1}{9}$ E. $\frac{1}{20}$

23. Χρησιμοποιώντας μόνο τα ψηφία 1, 2, 3, 4 και 5, μία ακολουθία αριθμών δημιουργείται ως ακολούθως:

Τοποθετούμε σε σειρά, από αριστερά προς δεξιά, ένα 1, δύο 2, τρία 3, τέσσερα 4, πέντε 5, έξι 1, εφτά 2 κοκ.

Η ακολουθία γράφεται ως ακολούθως:

$$1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, \dots$$

Ο 100^{ος} όρος της ακολουθίας είναι:

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4 E. 5

24. Τρεις θετικοί ακέραιοι a, β, γ ικανοποιούν τη σχέση:

$$4^a \cdot 5^\beta \cdot 6^\gamma = 8^8 \cdot 9^9 \cdot 10^{10}$$

Το άθροισμα $a + \beta + \gamma$ είναι ίσο με:

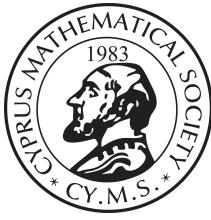
- A. 27 B. 15 C. 18 D. 72 E. 36

25. Κάθε ένας από τους θετικούς ακέραιους 229 και 914 έχει την ιδιότητα πως το γινόμενο των ψηφίων τους είναι 36. Το πλήθος των τριψήφιων θετικών ακεραίων που έχουν αυτήν την ιδιότητα είναι:

- A. 21 B. 5 C. 18 D. 27 E. 12

**CYPRUS MATHEMATICAL
OLYMPIAD 2020**

ENGLISH VERSION



Cyprus Mathematical Society
36 Stasinou street, Off. 102, 2003 Strovolos, Nicosia
Tel: 357 – 22378101, Fax: 357 – 22379122
cms@cms.org.cy, www.cms.org.cy

21st CYPRUS MATHEMATICAL OLYMPIAD

Sunday, June 28, 2020

EXAM PAPER 7th & 8th GRADE

TIME: 60 minutes

- Fill in carefully the answer sheet, by choosing only one answer to each question. The selection must be made by shading the right answer.
- Every correct answer is graded with 4 points. For each wrong answer, 1 point will be deducted.
- If a question is answered by shading more than one answer, the answer will be considered wrong. The correction will be made electronically, so any additional mark might be taken as wrong.
- You can use the space next to the questions to take extra notes.
- It is recommended that you complete the answer sheet in the last five minutes of the exam, making sure that your answers are final.

Examples of filling the answer sheet

1. Find the result $2 + 3$.

A. 6

B. 5

C. 4

D. 3

E. 2

Correct filling

1. A B C D E

1. A B C D E

1. A B C D E

Incorrect filling

1. A B C D E

1. A B C D E

1. A B C D E

1. The value of the expression

$$A = 1990 - 1991 + 1992 - 1993 + 1994 - 1995 + \cdots - 2019 + 2020$$

is equal to:

- A. 2000 B. -15 C. 15 D. 2005 E. 510

2. The last digit of the expression

$$B = 2019^0 + 2019^1 + 2019^2 + 2019^3$$

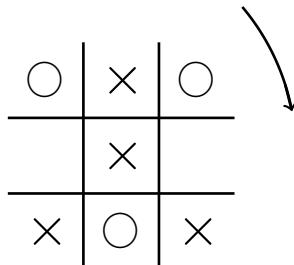
is:

- A. 9 B. 3 C. 2 D. 1 E. 0

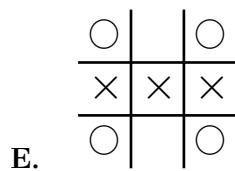
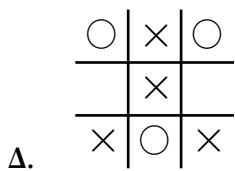
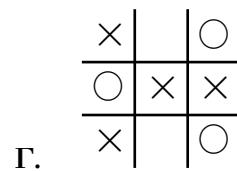
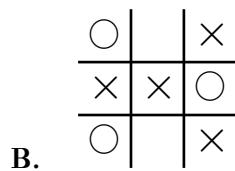
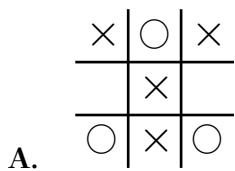
3. On a Mathematics test, Dimitris answered correctly 80% of the 10 multiple choice questions and 70% of the 30 short answer questions. The percentage of the 40 questions on the test that Dimitris answered correctly is:

- A. 74% B. 72,5% C. 76% D. 73% E. 73,5%

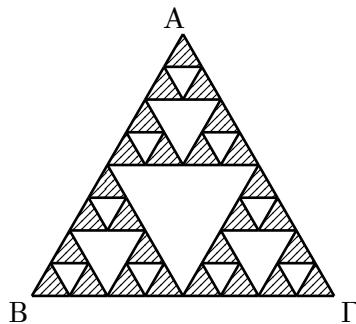
4. Andri will rotate the image below 90° clockwise.



The result of the above rotation is:



5. In the figure below, all triangles are equilateral



The part of the triangle $\triangle ABC$ that is shaded is:

- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{27}{37}$ C. $\frac{9}{16}$ D. $\frac{27}{64}$ E. None of these

6. Five integers, $4, 4, x, y, 13$, where $x \neq y$, have been arranged from smallest to largest. If the average of these five integers above is an integer, then the number of possible ordered pairs (x, y) that exist is:

- A. 7 B. 8 C. 9 D. 10 E. None of these

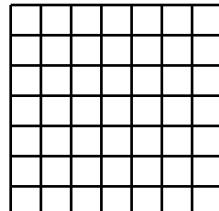
7. A bag contains 8 white balls and 4 black balls. If we draw at random a ball from the bag, then the probability that the ball drawn is black is equal to:

- A. $\frac{8}{4}$ B. $\frac{4}{8}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{1}{4}$ E. $\frac{1}{3}$

8. A number of students want to buy an interactive white-board for their school. If each student contributes €35, then they will have €315 less. If each student contributes €42, then they will have €315 extra. The number of students is:

- A. 63 B. 90 C. 77 D. 7 E. None of these

9. The number of squares that appear in the following shape is:



- A. 162 B. 140 C. 49 D. 50 E. 55

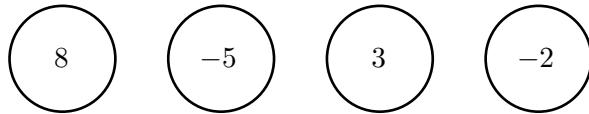
- 10.** In a school, 170 students were asked about what type of fruits they like between apple, orange and banana. The results are listed in the table below.

| Type of Fruit | Number of Students |
|--------------------------|--------------------|
| Apple | 107 |
| Orange | 90 |
| Banana | 71 |
| Apple and Orange | 56 |
| Orange and Banana | 40 |
| Apple and Banana | 47 |
| Apple, Orange and Banana | 36 |

The number of students, which do not like any of the three type of fruits, is:

- A. 9 B. 89 C. 98 D. 10 E. None of these

- 11.** Four balls are numbered as shown below.



Nick randomly selects two balls and multiplies the numbers shown on those. The probability that the product to be a negative odd number is:

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{3}{8}$ E. None of these

- 12.** The largest of the numbers

$$2^{60}, \quad 3^{40}, \quad 1^{800}, \quad 3^{30} + 3^{30} + 3^{30}, \quad 1000000000$$

is:

- A. 2^{60} B. 3^{40} C. 1^{800}
 D. $3^{30} + 3^{30} + 3^{30}$ E. 1000000000

13. If

$$a \triangleright \beta = \sqrt{a^2 - \beta^2}$$

and

$$a \star \beta = \sqrt{a^2 + b^2},$$

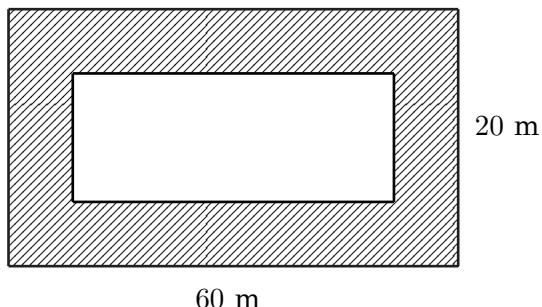
then the value of the expression

$$(3 \star 4) \star (20 \triangleright 16)$$

is equal to:

- A. $\sqrt{194}$ B. 169 C. 12 D. 5 E. 13

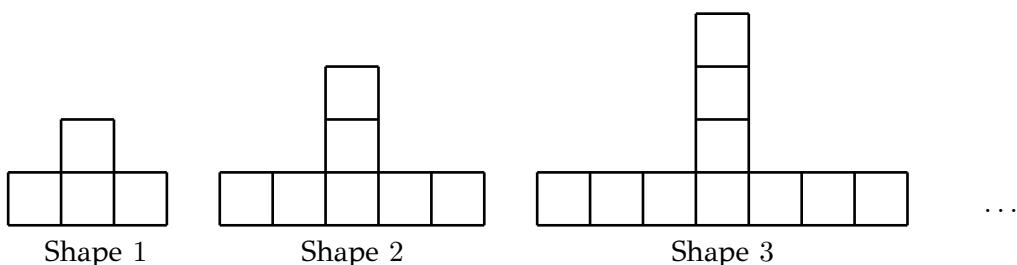
14. In the figure below, a swimming pool and a stone sidewalk of width 4 m are shown.



The perimeter of the swimming pool is:

- A. 128 m B. 160 m C. 144 m D. 64 m E. 300 m

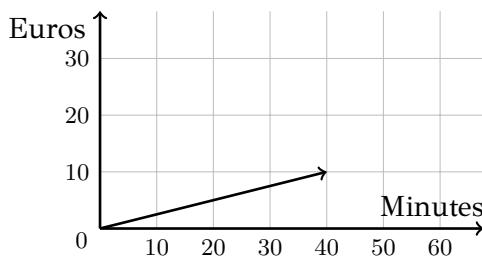
15. In the figure below, the first three shapes of a pattern are shown, which they were constructed by squares of side 1.



The perimeter of the 10th shape is:

- A. 21 B. 33 C. 64 D. 100 E. None of these

- 16.** The following diagram shows the operating cost of a machine.



The operating cost of the machine per hour is:

- A. €10 B. €15 C. €20 D. €25 E. €30

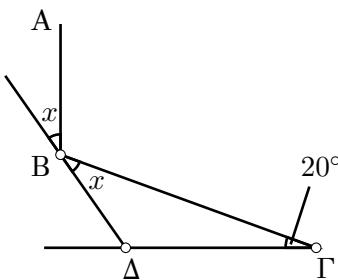
- 17.** The following statements are given:

- A. One line segment can divide a semicircle into two smaller semicircles
- B. One line segment can divide a rectangle into two smaller rectangles.
- C. One line segment can divide a square into two smaller squares.
- D. One line segment can divide a circle into two smaller circles.
- E. One line segment can divide a rhombus into two smaller rhombus.

From the statements above, true is:

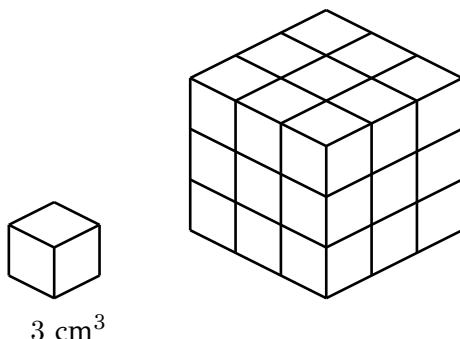
- A. A B. B C. C D. D E. E

- 18.** If $AB \perp \Gamma\Delta$ and the angle $\angle B\Gamma\Delta = 20^\circ$, then the angle $\angle x$ is equal to:



- A. 20° B. 35° C. 40° D. 30° E. None of these

19. If the volume of the small cube is 3 cm^3 , then the volume of the big cube is:

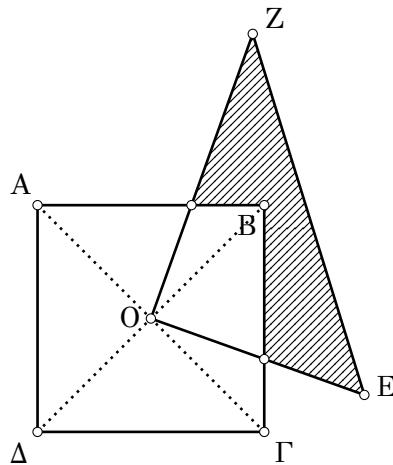


- A. 9 cm^3 B. 18 cm^3 C. 27 cm^3 D. 81 cm^3 E. None of these

20. A boy is gradually painting a wall. During the first day he paints $1/3$ of the wall. During the second day he paints $1/4$ of the wall. During the third day he paints $1/5$ of the wall, and so on. The number of days needed to paint the entire wall is:

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7 E. 8

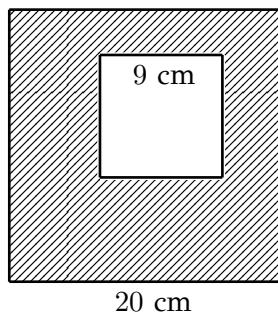
21. In the figure below, $AB\Gamma\Delta$ is a square with side 6 cm, O is the center of the square and $\triangle EOZ$ is a right-angled triangle with vertical sides $OZ = 8 \text{ cm}$ and $OE = 6 \text{ cm}$.



The shaded area of the figure above is equal to:

- A. 18 cm^2 B. 12 cm^2 C. 9 cm^2 D. 15 cm^2 E. None of these

- 22.** A laser beam will strike on the square tile below.



The probability to strike on the small white square is:

- A. $\frac{9}{20}$ B. $\frac{81}{400}$ C. $\frac{81}{319}$ D. $\frac{1}{9}$ E. $\frac{1}{20}$

- 23.** Using only the digits 1, 2, 3, 4 and 5, a sequence of numbers is created as follows:

We place in a row, from left to right, one 1, two 2, three 3, four 4, five 5, six 1, seven 2 and so on.

The sequence is written as follows:

$$1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 2, \dots$$

The 100th term of the sequence is:

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4 E. 5

- 24.** Three positive integers a, β, γ satisfy the relation:

$$4^a \cdot 5^\beta \cdot 6^\gamma = 8^8 \cdot 9^9 \cdot 10^{10}$$

The sum $a + \beta + \gamma$ is equal to:

- A. 27 B. 15 C. 18 D. 72 E. 36

- 25.** Each of the positive integers 229 and 914 has the property that the product of its digits is equal to 36. The number of the three-digit positive integers which have this property is:

- A. 21 B. 5 C. 18 D. 27 E. 12

