

ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ

ΚΑ' ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ
ΟΛΥΜΠΙΑΔΑ 2020

28 ΙΟΥΝΙΟΥ 2020



Β' & Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

www.cms.org.cy

ΘΕΜΑΤΑ ΣΤΑ ΕΛΛΗΝΙΚΑ ΚΑΙ ΑΓΓΛΙΚΑ
PAPERS IN BOTH GREEK AND ENGLISH

ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ
ΟΛΥΜΠΙΑΔΑ 2020

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΕΚΔΟΣΗ



Κυπριακή Μαθηματική Εταιρεία
Στασίνου 36, Γραφ. 102, Στρόβολος 2003, Λευκωσία
Τηλέφωνο: 357 – 22378101, Φαξ: 357 – 22379122
cms@cms.org.cy, www.cms.org.cy

ΚΑ΄ ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΟΛΥΜΠΙΑΔΑ

Κυριακή, 28 Ιουνίου 2020

ΔΟΚΙΜΙΟ Β΄ & Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΧΡΟΝΟΣ: 60 λεπτά

- Να συμπληρώσετε προσεκτικά το φύλλο απαντήσεων, επιλέγοντας μόνο μία απάντηση για κάθε ερώτηση.
Η συμπλήρωση να γίνει με μαύρισμα στον αντίστοιχο κύκλο.
- Κάθε σωστή απάντηση βαθμολογείται με 4 μονάδες. Για κάθε λανθασμένη απάντηση αφαιρείται 1 μονάδα.
- Απάντηση σε άσκηση με μαύρισμα σε περισσότερα από έναν κύκλο θεωρείται λανθασμένη. Επειδή η διόρθωση θα γίνει ηλεκτρονικά, οποιοδήποτε σημάδι ή σβήσιμο καθιστά την απάντηση λανθασμένη.
- Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τον χώρο δίπλα από τις ασκήσεις για βοηθητικές πράξεις.
- Συστήνεται όπως σημειώνετε τις απαντήσεις στο ειδικό έντυπο απαντήσεων στα τελευταία πέντε λεπτά της εξέτασης, αφού βεβαιωθείτε ότι οι απαντήσεις είναι τελικές.

Παραδείγματα συμπλήρωσης απαντήσεων

1. Να υπολογίσετε το άθροισμα $2 + 3$.

A. 6

B. 5

Γ. 4

Δ. 3

Ε. 2

Σωστή συμπλήρωση

1. A B Γ Δ E

1. A B Γ Δ E

1. A B Γ Δ E

Λανθασμένη συμπλήρωση

1. A B Γ Δ E

1. A B Γ Δ E

1. A B Γ Δ E

1. Θεωρούμε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων:

$$y = 3x - 2 \quad (1)$$

$$y = x^2 \quad (2)$$

$$y = 1 - x^2 \quad (3)$$

$$y = x + 6 \quad (4)$$

Το ζεύγος των γραφικών παραστάσεων που δεν έχουν κοινά σημεία είναι το:

- A. (1) και (2) B. (1) και (3) Γ. (2) και (3) Δ. (2) και (4) E. (3) και (4)

2. Οι συναρτήσεις f και g μεταθέτουν τα στοιχεία μιας διατεταγμένης τριάδας ως εξής:

$$f(a, \beta, \gamma) = (\beta, a, \gamma) \quad \text{και} \quad g(a, \beta, \gamma) = (\gamma, a, \beta)$$

Το σύμβολο $f \circ g$ είναι η συνήθης σύνθεση συναρτήσεων $(f \circ g)(x) = f(g(x))$. Η τριάδα που προκύπτει από το $(g \circ f)(a, \beta, \gamma)$ είναι η:

- A. (a, β, γ) B. (β, a, γ) Γ. (γ, β, a) Δ. (a, γ, β) E. $(\gamma, \beta, \beta\gamma)$

3. Στο ίδιο επίπεδο σχεδιάζουμε έναν κύκλο και μια παραβολή. Το μέγιστο πλήθος των περιοχών που χωρίζουν το επίπεδο είναι:

- A. 2 B. 3 Γ. 4 Δ. 5 E. 6

4. Το γινόμενο

$$\Gamma = 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdots 2\nu$$

των ν πρώτων θετικών άρτιων ακεραίων διαιρείται με το 2020. Η μικρότερη δυνατή τιμή του ν ανήκει στο διάστημα:

- A. [1, 11] B. [15, 37] Γ. [43, 53] Δ. [54, 97] E. [100, 111]

5. Ο αριθμός

$$\sqrt{11 + 6\sqrt{2}} + \sqrt{3 - 2\sqrt{2}}$$

ισούται με:

- A. $14 + 4\sqrt{2}$ B. $2 + 2\sqrt{2}$ Γ. $\sqrt{2}$ Δ. 8 E. 4

6. Το πλήθος των τριάδων θετικών πραγματικών αριθμών (x, y, z) που ικανοποιούν το σύστημα

$$\begin{cases} x(x + y + z) = 26 \\ y(x + y + z) = 27 \\ z(x + y + z) = 28 \end{cases}$$

είναι:

- A. 1 B. 2 Γ. 3 Δ. 4 E. Κανένα
από αυτά

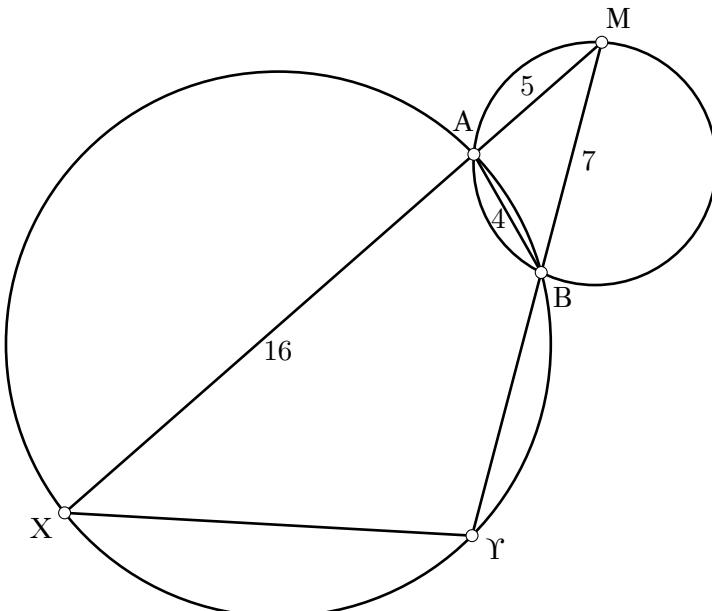
7. Το πλήθος των λύσεων της εξίσωσης

$$2\eta\mu^2x + 7\eta\mu x + 6 = 0$$

στο διάστημα $[0, 2\pi]$ είναι:

- A. 0 B. 1 Γ. 2 Δ. 4 E. Κανένα
από αυτά

8. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ότι $AB = 4$ cm, $MA = 5$ cm, $MB = 7$ cm και $AX = 16$ cm.



Το μήκος της χορδής XY είναι:

- A. 5 cm B. 6 cm Γ. 7 cm Δ. 9 cm E. 12 cm

9. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης f είναι ευθεία, για την οποία ισχύουν:

$$f(1) \leq f(2), f(3) \geq f(4) \text{ και } f(5) = 5$$

Από τις πιο κάτω επιλογές, αληθής είναι η:

- | | | |
|----------------------|----------------------|---------------------------------|
| A. $f(0) < 0$ | B. $f(0) = 0$ | C. $f(1) < f(0) < f(-1)$ |
| D. $f(0) = 5$ | E. $f(0) > 5$ | |

10. Η παράσταση

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{\log_4\left(\frac{1}{x^2}\right)}$$

όπου $x \neq 0$, είναι ίση με:

- | | | | | |
|---------------|-----------------|-----------------|---------------------------|---------------------------|
| A. x | B. $ x $ | C. x^2 | D. $\frac{1}{x^2}$ | E. $\frac{1}{ x }$ |
|---------------|-----------------|-----------------|---------------------------|---------------------------|

11. Τα ψηφία 1, 8, 9, 9 είναι γραμμένα σε τέσσερις κάρτες. Επιλέγουμε τυχαία δύο από τις τέσσερις κάρτες. Η πιθανότητα το άθροισμα των ψηφίων στις κάρτες που επιλέχθηκαν να είναι πολλαπλάσιο του 3 είναι ίση με:

- | | | | | |
|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| A. $\frac{1}{4}$ | B. $\frac{1}{3}$ | C. $\frac{1}{2}$ | D. $\frac{2}{3}$ | E. $\frac{3}{4}$ |
|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|

12. Για την ακολουθία $\{a_\nu\}$ ισχύει

$$a_\nu = a_{\nu-1} + a_{\nu-3},$$

για όλους τους θετικούς ακέραιους $\nu \geq 4$. Αν $a_1 = 3$ και $a_6 = 30$, τότε ο όρος a_8 της ακολουθίας είναι ο:

- | | | | | |
|--------------|--------------|--------------|--------------|---------------|
| A. 42 | B. 59 | C. 63 | D. 80 | E. 101 |
|--------------|--------------|--------------|--------------|---------------|

13. Αν γνωρίζουμε ότι

$$1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \frac{1}{25} + \dots = \frac{\pi^2}{6},$$

τότε η τιμή του αθροίσματος

$$1 + \frac{1}{9} + \frac{1}{25} + \frac{1}{49} + \frac{1}{81} + \dots$$

είναι ίση με:

- | | | | | |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|------------------------------|-----------------------------|
| A. $\frac{\pi^2}{7}$ | B. $\frac{\pi^2}{8}$ | C. $\frac{\pi^2}{9}$ | D. $\frac{\pi^2}{10}$ | E. $\frac{\pi^2}{5}$ |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|------------------------------|-----------------------------|

14. Ο Πυθαγόρας, που οδηγεί αυτοκίνητο, τρέχει με σταθερή ταχύτητα και ο Αρίσταρχος, που οδηγεί μοτοσυκλέτα, τρέχει με τριπλάσια ταχύτητα. Ο Αρίσταρχος δίνει προβάδισμα a μέτρων στον Πυθαγόρα και με ένα πρόσταγμα εκκίνησης ξεκινούν ταυτόχρονα προς την ίδια κατεύθυνση. Η απόσταση, σε μέτρα, που θα διανύσει ο Αρίσταρχος για να φτάσει τον Πυθαγόρα είναι:

A. $6a$

B. $4a$

Γ. $\frac{2a}{3}$

Δ. $\frac{3a}{2}$

Ε. $\frac{4a}{3}$

15. Ο μικρότερος θετικός ακέραιος k , ώστε ο αριθμός

$$(k+1) + (k+2) + \cdots + (k+19)$$

να είναι τέλειο τετράγωνο, είναι:

A. 6

B. 7

Γ. 8

Δ. 9

Ε. 10

16. Η μέση τιμή των χρόνων για να διανύσουν ξεχωριστά 20 άτομα μια συγκεκριμένη απόσταση είναι 54 min. Μια δεύτερη ομάδα, που αποτελείται από x άτομα, διάνυσε την ίδια απόσταση με μέση τιμή των χρόνων τους να είναι t min. Η μέση τιμή των χρόνων και των δύο ομάδων για να διανύσουν αυτή την απόσταση είναι 56 min. Ο τύπος που αναπαριστά την σχέση μεταξύ του x και t είναι:

A. $x = \frac{40}{t-54}$ B. $x = \frac{1080}{t-54}$ Γ. $x = \frac{40}{t-56}$ Δ. $x = \frac{1080}{t-56}$ Ε. $x = \frac{1120}{t-20}$

17. Με τον συμβολισμό $\max\{A, B\}$ συμβολίζουμε τον μεγαλύτερο αριθμό μεταξύ των A, B . Η ελάχιστη τιμή της συνάρτησης

$$y = \max\{\sqrt{x}, |x - 1|\}$$

είναι:

A. $\frac{1}{2}$

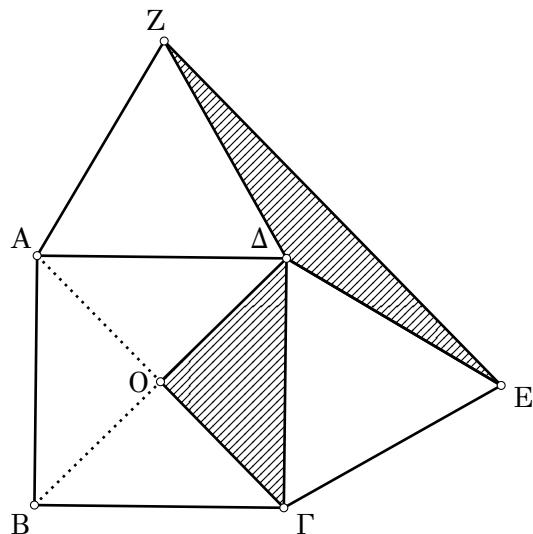
B. $\frac{\sqrt{5} - 1}{2}$

Γ. 1

Δ. $\sqrt{2}$

Ε. $\frac{\sqrt{5} + 1}{2}$

- 18.** Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται τετράγωνο $ABΓΔ$ με κέντρο του το σημείο O . Με πλευρές τα τμήματα $ΓΔ$ και $ΑΔ$ κατασκευάζουμε εκτός του τετραγώνου δύο ισόπλευρα τρίγωνα $ΔΕΓΔ$ και $ΔΑΔΖ$.

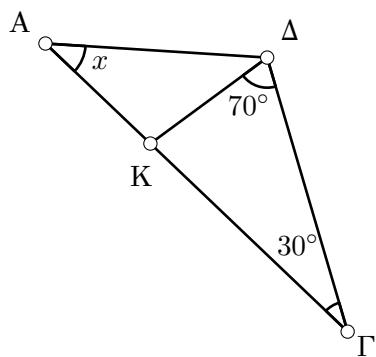


Ο λόγος του εμβαδού του τριγώνου $ΔΖΔΕ$ προς το εμβαδόν του τριγώνου $ΔΔΟΓ$ είναι:

- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{3}{2}$ E. 2

- 19.** Στο πιο κάτω σχήμα ισχύει ότι:

$$\frac{K\Gamma}{AK} = \frac{1 - 2\sin 80^\circ}{2\sin 80^\circ}, \quad \angle K\Delta\Gamma = 70^\circ \quad \text{και} \quad \angle K\Gamma\Delta = 30^\circ$$



Τότε, η γωνία x έχει μέτρο:

- A. 45° B. 60° C. 55° D. 50° E. 40°

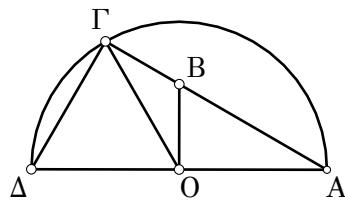
20. Για κάθε ακέραιο θετικό αριθμό k , η S_k είναι αύξουσα αριθμητική πρόοδος, με πρώτο όρο τον αριθμό 1 και διαφορά k .

(Για παράδειγμα, η S_3 είναι η πρόοδος $1, 4, 7, 10, \dots$)

Το πλήθος των τιμών του k , για τις οποίες οι S_k περιέχουν τον όρο 2020, είναι:

- A. 0 B. 2 C. 4 D. 10 E. 2020

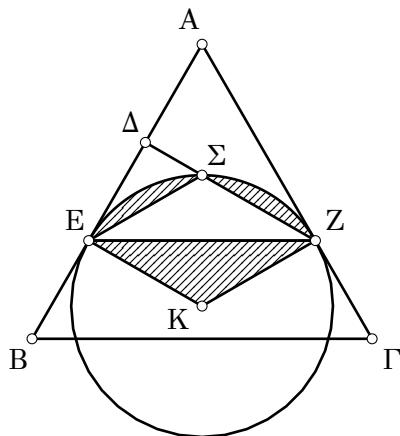
21. Στο πιο κάτω σχήμα φαίνεται ημικύκλιο με κέντρο O , η AD είναι διάμετρος και η $AB\Gamma$ είναι μια χορδή. Δίνεται ότι $BO = 5$ και $\angle ABO = \angle \Delta OG = 60^\circ$.



Το μήκος του BG είναι:

- A. 3 B. $3 + \sqrt{3}$ C. $5 - \frac{\sqrt{3}}{2}$ D. 5 E. Κανένα από αυτά

22. Στο πιο κάτω σχήμα, το τρίγωνο ΔABC είναι ισόπλευρο με μήκος πλευράς 3 cm και $BE = \Delta A = \Gamma Z = 1$ cm. Ο κύκλος με κέντρο K εφάπτεται στις πλευρές AB , AC στα σημεία E , Z , αντίστοιχα και τέμνει το τμήμα ΔZ στο σημείο Σ .



Το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους είναι:

- A. $\frac{4\pi - 3\sqrt{3}}{9} \text{ cm}^2$ B. $\frac{4\pi - \sqrt{3}}{9} \text{ cm}^2$ C. $\frac{4 - \sqrt{3}}{9} \text{ cm}^2$
 D. $\frac{4\pi - 3\sqrt{2}}{9} \text{ cm}^2$ E. Κανένα από αυτά

23. Το πλήθος των φυσικών αριθμών n , για τους οποίους ο αριθμός $n^3 - 8n^2 + 20n - 13$ είναι πρώτος αριθμός είναι:

A. 1

B. 2

Γ. 3

Δ. 4

Ε. Περισσότεροι από
τέσσερις αριθμούς

24. Οι αριθμοί w, x, y και z είναι ακέραιοι, για τους οποίους ισχύουν οι ανισώσεις:

$$w < x^2, \quad x > y^2, \quad y^2 < z^2, \quad x > z$$

Από τις πιο κάτω ανισώσεις, αυτή που είναι πάντα ορθή είναι η:

A. $w < x$ B. $w > y$ Γ. $w < z$ Δ. $x > y$ Ε. $y < z$

25. Στο μπροστινό μέρος μιας πολύ μεγάλης ευθύγραμμης στήλης στρατιωτών υπάρχει ένας τυμπανιστής που κτυπά το τύμπανό του με ρυθμό 50 φορές (κτυπήματα) το λεπτό. Οι στρατιώτες έχουν οδηγία να βάζουν το αριστερό πόδι τους στο έδαφος κάθε φορά που ακούνε το κτύπημα του τυμπάνου. Η στήλη είναι τόσο μεγάλη, ώστε ο τελευταίος στρατιώτης στην σειρά στο πίσω μέρος βάζει το αριστερό του πόδι στο έδαφος την ίδια στιγμή που ο πρώτος στρατιώτης στο μπροστινό μέρος βάζει στο έδαφος το δεξί του πόδι. Αν η ταχύτητα του ήχου είναι 330 m/sec, τότε το ελάχιστο μήκος της στήλης των στρατιωτών είναι:

A. 165 m

B. 198 m

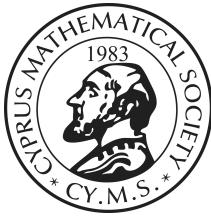
Γ. 330 m

Δ. 396 m

Ε. 660 m

CYPRUS MATHEMATICAL OLYMPIAD 2020

ENGLISH VERSION



Cyprus Mathematical Society
36 Stasinou street, Off. 102, 2003 Strovolos, Nicosia
Tel: 357 – 22378101, Fax: 357 – 22379122
cms@cms.org.cy, www.cms.org.cy

21st CYPRUS MATHEMATICAL OLYMPIAD

Sunday, June 28, 2020

EXAM PAPER 11th & 12th GRADE

TIME: 60 minutes

- Fill in carefully the answer sheet, by choosing only one answer to each question. The selection must be made by shading the right answer.
- Every correct answer is graded with 4 points. For each wrong answer, 1 point will be deducted.
- If a question is answered by shading more than one answer, the answer will be considered wrong. The correction will be made electronically, so any additional mark might be taken as wrong.
- You can use the space next to the questions to take extra notes.
- It is recommended that you complete the answer sheet in the last five minutes of the exam, making sure that your answers are final.

Examples of filling the answer sheet

1. Find the result $2 + 3$.

A. 6

B. 5

C. 4

D. 3

E. 2

Correct filling

1. A B C D E

1. A B C D E

1. A B C D E

Incorrect filling

1. A B C D E

1. A B C D E

1. A B C D E

1. We consider the graphs of the functions:

$$y = 3x - 2 \quad (1)$$

$$y = x^2 \quad (2)$$

$$y = 1 - x^2 \quad (3)$$

$$y = x + 6 \quad (4)$$

The pair of graphs that have no common points is:

- A. (1) and (2) B. (1) and (3) Γ. (2) and (3) Δ. (2) and (4) E. (3) and (4)

2. Functions f and g permute the elements of an ordered triple as follows:

$$f(a, \beta, \gamma) = (\beta, a, \gamma) \quad \text{and} \quad g(a, \beta, \gamma) = (\gamma, a, \beta)$$

The symbol $f \circ g$ is the usual composition of functions $(f \circ g)(x) = f(g(x))$. The triple which comes out of $(g \circ f)(a, \beta, \gamma)$ is:

- A. (a, β, γ) B. (β, a, γ) Γ. (γ, β, a) Δ. (a, γ, β) E. $(\gamma, \beta, \beta\gamma)$

3. On the same plane we draw a circle and a parabola. The maximum number of regions that they divide the plane into is:

- A. 2 B. 3 Γ. 4 Δ. 5 E. 6

4. The product

$$\Gamma = 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdots 2\nu$$

of the first ν positive even integers is divisible by 2020. The smallest possible value of ν belongs to the interval:

- A. [1, 11] B. [15, 37] Γ. [43, 53] Δ. [54, 97] E. [100, 111]

5. The number

$$\sqrt{11 + 6\sqrt{2}} + \sqrt{3 - 2\sqrt{2}}$$

is equal to:

- A. $14 + 4\sqrt{2}$ B. $2 + 2\sqrt{2}$ Γ. $\sqrt{2}$ Δ. 8 E. 4

6. The number of triples of positive real numbers (x, y, z) that satisfy the system

$$\begin{cases} x(x + y + z) = 26 \\ y(x + y + z) = 27 \\ z(x + y + z) = 28 \end{cases}$$

is:

- A. 1 B. 2 Γ. 3 Δ. 4 E. None
of these

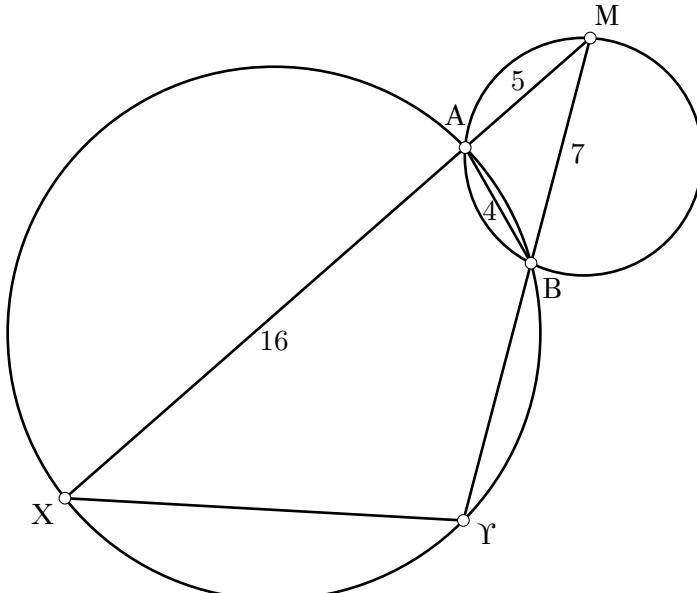
7. The number of the solutions of the equation

$$2 \sin^2 x + 7 \sin x + 6 = 0$$

in the interval $[0, 2\pi]$ is:

- A. 0 B. 1 Γ. 2 Δ. 4 E. None
of these

8. In the following figure it is given that $AB = 4$ cm, $MA = 5$ cm, $MB = 7$ cm and $AX = 16$ cm.



The length of the chord XY is:

- A. 5 cm B. 6 cm Γ. 7 cm Δ. 9 cm E. 12 cm

9. The graph of the function f is a straight line, for which it holds that:

$$f(1) \leq f(2), f(3) \geq f(4) \text{ and } f(5) = 5$$

From the following choices, the true one is:

- A. $f(0) < 0$ B. $f(0) = 0$ C. $f(1) < f(0) < f(-1)$
D. $f(0) = 5$ E. $f(0) > 5$

10. The expression

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{\log_4\left(\frac{1}{x^2}\right)}$$

where $x \neq 0$, is equal to:

- A. x B. $|x|$ C. x^2 D. $\frac{1}{x^2}$ E. $\frac{1}{|x|}$

11. The digits 1, 8, 9, 9 are written on four cards. We randomly choose two of the four cards. The probability that the sum on the cards which have been chosen is a multiple of 3 is equal to:

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{3}$ E. $\frac{3}{4}$

12. For the sequence $\{a_\nu\}$ it holds that

$$a_\nu = a_{\nu-1} + a_{\nu-3},$$

for all positive integers $\nu \geq 4$. If $a_1 = 3$ and $a_6 = 30$, then the term a_8 of the sequence is:

- A. 42 B. 59 C. 63 D. 80 E. 101

13. If we know that

$$1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \frac{1}{25} + \dots = \frac{\pi^2}{6},$$

then the value of the sum

$$1 + \frac{1}{9} + \frac{1}{25} + \frac{1}{49} + \frac{1}{81} + \dots$$

is equal to:

- A. $\frac{\pi^2}{7}$ B. $\frac{\pi^2}{8}$ C. $\frac{\pi^2}{9}$ D. $\frac{\pi^2}{10}$ E. $\frac{\pi^2}{5}$

14. Pythagoras, who drives a car, runs at a constant speed, and Aristarchus, who rides a motorcycle, runs three times as fast. Aristarchus gives Pythagoras a lead of a metres and with a start-up command they start at the same time to the same direction. The distance, in metres, which Aristarchus has to cover in order to reach Pythagoras is:

A. $6a$ B. $4a$ $\Gamma.$ $\frac{2a}{3}$ $\Delta.$ $\frac{3a}{2}$ E. $\frac{4a}{3}$

15. The smallest positive integer k , such that the number

$$(k+1) + (k+2) + \cdots + (k+19)$$

is a perfect square, is:

A. 6 B. 7 $\Gamma.$ 8 $\Delta.$ 9 E. 10

16. The mean time for 20 individuals to travel separately a given distance is 54 min. A second group, consisting of x people, traveled the same distance with their mean time being t min. The mean time to travel the same distance by both groups is 56 min. The formula representing the relationship between x and t is:

A. $x = \frac{40}{t - 54}$ B. $x = \frac{1080}{t - 54}$ $\Gamma.$ $x = \frac{40}{t - 56}$ $\Delta.$ $x = \frac{1080}{t - 56}$ E. $x = \frac{1120}{t - 20}$

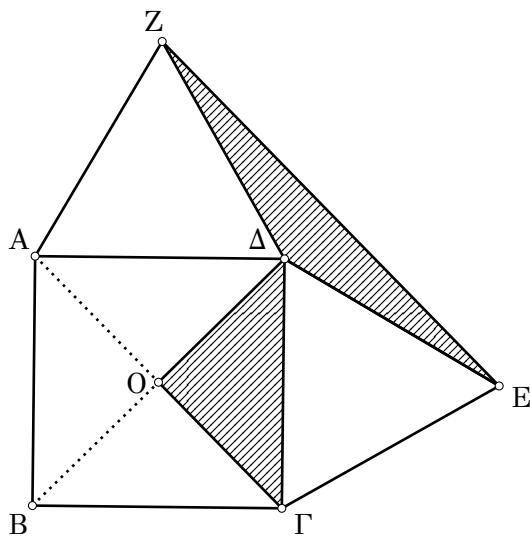
17. With the symbol $\max\{A, B\}$ we denote the largest number between A, B. The minimum value of the function

$$y = \max\{\sqrt{x}, |x - 1|\}$$

is:

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{5} - 1}{2}$ $\Gamma.$ 1 $\Delta.$ $\sqrt{2}$ E. $\frac{\sqrt{5} + 1}{2}$

- 18.** In the following figure $AB\Gamma\Delta$ is a square with centre O . With sides the segments $\Gamma\Delta$ and $A\Delta$ we construct outside the square two equilateral triangles $\triangle E\Gamma\Delta$ and $\triangle A\Delta Z$.

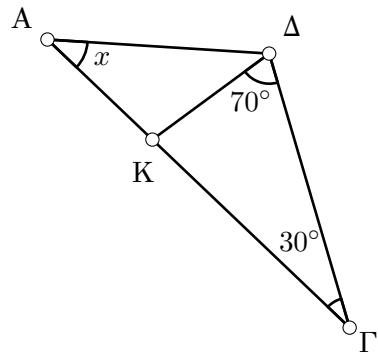


The ratio of the area of the triangle $\triangle Z\Delta E$ to the area of the triangle $\triangle \Delta O\Gamma$ is:

- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{3}{2}$ E. 2

- 19.** In the following figure it holds that:

$$\frac{K\Gamma}{AK} = \frac{1 - 2 \cos 80^\circ}{2 \cos 80^\circ}, \quad \angle K\Delta\Gamma = 70^\circ \quad \text{and} \quad \angle K\Gamma\Delta = 30^\circ$$



Then, angle $\angle x$ has measure:

- A. 45° B. 60° C. 55° D. 50° E. 40°

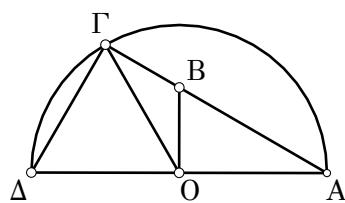
- 20.** For every positive integer k , S_k is an increasing arithmetic progression, with first term 1 and difference k .

(For example, S_3 is the progression 1, 4, 7, 10, ...)

The number of values of k , for which S_k contain the term 2020, is:

- A. 0 B. 2 C. 4 D. 10 E. 2020

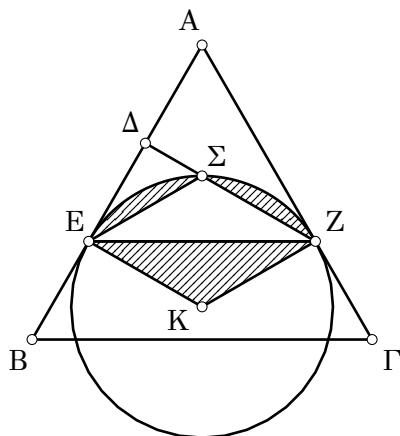
- 21.** In the following figure a semicircle with center O is shown, $A\Delta$ is a diameter and $AB\Gamma$ is a chord. It is given that $BO = 5$ and $\angle ABO = \angle \Delta OG = 60^\circ$.



The length of $B\Gamma$ is:

- A. 3 B. $3 + \sqrt{3}$ C. $5 - \frac{\sqrt{3}}{2}$ D. 5 E. None of these

- 22.** In the following figure the triangle $\triangle A\Gamma B$ is equilateral with side lengths 3 cm and $BE = \Delta A = \Gamma Z = 1$ cm. The circle with center K is tangent to the sides AB , $A\Gamma$ at points E, Z, respectively, and meets the segment ΔZ at point Σ .



The area of the shaded part is:

- A. $\frac{4\pi - 3\sqrt{3}}{9} \text{ cm}^2$ B. $\frac{4\pi - \sqrt{3}}{9} \text{ cm}^2$ C. $\frac{4 - \sqrt{3}}{9} \text{ cm}^2$
 D. $\frac{4\pi - 3\sqrt{2}}{9} \text{ cm}^2$ E. None of these

23. The number of natural numbers n , for which the number $n^3 - 8n^2 + 20n - 13$ is a prime number is:

- A. 1 B. 2 Γ . 3
D. 4 E. More than
 four numbers

24. The numbers w, x, y and z are integers, for which the following inequalities hold:

$$w < x^2, \quad x > y^2, \quad y^2 < z^2, \quad x > z$$

From the following inequalities, the one which is always true is:

- A. $w < x$ B. $w > y$ Γ . $w < z$ D. $x > y$ E. $y < z$

25. At the front of a very large straight column of soldiers there is a drummer who beats his drum at a rate of 50 times (strokes) per minute. Soldiers are instructed to put their left foot on the ground every time they hear the drum beating. The column is so large that the last soldier in the row puts his left foot on the ground at the same time that the first soldier in the front puts his right foot on the ground. If the speed of sound is 330 m/sec, then the minimum length of the soldiers column is:

- A. 165 m B. 198 m Γ . 330 m D. 396 m E. 660 m

