

ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ

ΚΖ' ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ  
ΟΛΥΜΠΙΑΔΑ 2026

26 ΑΠΡΙΛΙΟΥ 2026



**B' & Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ**

[www.cms.org.cy](http://www.cms.org.cy)

ΘΕΜΑΤΑ ΣΤΑ ΕΛΛΗΝΙΚΑ ΚΑΙ ΑΓΓΛΙΚΑ  
PAPERS IN BOTH GREEK AND ENGLISH



ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ  
ΟΛΥΜΠΙΑΔΑ 2026

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΕΚΔΟΣΗ



Κυπριακή Μαθηματική Εταιρεία  
Στασίνου 36, Γραφ. 102, Στρόβολος 2003, Λευκωσία  
Τηλέφωνο: 357 – 22378101, Φαξ: 357 – 22379122  
[cms@cms.org.cy](mailto:cms@cms.org.cy), [www.cms.org.cy](http://www.cms.org.cy)

## ΚΖ΄ ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΟΛΥΜΠΙΑΔΑ

Κυριακή, 26 Απριλίου 2026

### ΔΟΚΙΜΙΟ

### Β΄ & Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

**ΧΡΟΝΟΣ: 60 λεπτά**

- Να συμπληρώσετε προσεκτικά το φύλλο απαντήσεων, επιλέγοντας μόνο μία απάντηση για κάθε ερώτηση. Η συμπλήρωση να γίνει με μαύρισμα στον αντίστοιχο κύκλο.
- Κάθε σωστή απάντηση βαθμολογείται με 4 μονάδες. Για κάθε λανθασμένη απάντηση αφαιρείται 1 μονάδα.
- Απάντηση σε άσκηση με μαύρισμα σε περισσότερους από έναν κύκλους θεωρείται λανθασμένη. Επειδή η διόρθωση θα γίνει ηλεκτρονικά, οποιοδήποτε επιπλέον σημάδι ή σβήσιμο μπορεί να καταστήσει την απάντηση λανθασμένη.
- Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τον χώρο δίπλα στις ασκήσεις για να κάνετε βοηθητικές πράξεις.
- Συστήνεται όπως σημειώνετε τις απαντήσεις σας στο ειδικό έντυπο απαντήσεων στα τελευταία πέντε λεπτά της εξέτασης, αφού βεβαιωθείτε ότι οι απαντήσεις σας είναι τελικές.

#### Παραδείγματα συμπλήρωσης απαντήσεων

1. Να υπολογίσετε το άθροισμα  $2 + 3$ .

A. 6                      B. 5                      Γ. 4                      Δ. 3                      E. 2

#### Σωστή συμπλήρωση

1.  A  B  Γ  Δ  E

1.  A  B  Γ  Δ  E

1.  A  B  Γ  Δ  E

#### Λανθασμένη συμπλήρωση

1.  A  B  Γ  Δ  E

1.  A  B  Γ  Δ  E

1.  A  B  Γ  Δ  E

1. Αν

$$A = \frac{3 + \sqrt{3}}{3 - \sqrt{3}} + \frac{3 - \sqrt{3}}{3 + \sqrt{3}},$$

τότε η τιμή του  $A$  είναι ίση με:

- A. 2                      B. 3                      Γ.  $\frac{3}{2}$                       Δ. 1                      E. 4

2. Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - ax, & x \geq 2 \\ ax - 8b, & x < 2 \end{cases}$$

για την οποία ισχύει  $f(-1) = 3$  και  $f(5) = 10$ . Η τιμή του  $b$  είναι ίση με:

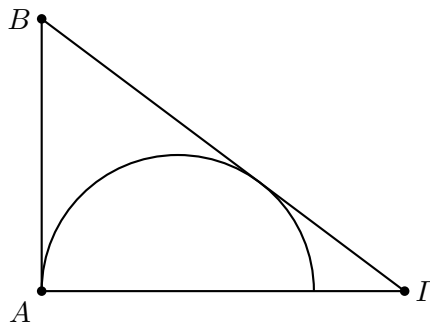
- A.  $-\frac{3}{4}$                       B.  $\frac{3}{5}$                       Γ. 3                      Δ.  $\frac{7}{4}$                       E.  $-\frac{4}{3}$

3. Έστω  $O = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ . Αν

$$\vec{OP} = \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \end{pmatrix} \quad \text{και} \quad \vec{PQ} = 2\vec{OQ},$$

τότε το διάνυσμα  $\vec{OQ}$  είναι ίσο με:

- A.  $\begin{pmatrix} -15 \\ 12 \end{pmatrix}$                       B.  $\begin{pmatrix} 10 \\ 8 \end{pmatrix}$                       Γ.  $\begin{pmatrix} -5 \\ 4 \end{pmatrix}$                       Δ.  $\begin{pmatrix} 15 \\ -12 \end{pmatrix}$                       E.  $\begin{pmatrix} 10 \\ -8 \end{pmatrix}$

4. Ένα ημικύκλιο είναι εγγεγραμμένο σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $AB = 3$  cm και  $A\Gamma = 4$  cm, όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα.

Η ακτίνα του ημικυκλίου είναι ίση με:

- A.  $\frac{\sqrt{2}}{3}$                       B.  $\frac{3}{2}$                       Γ.  $\frac{4\sqrt{5}}{3}$                       Δ. 2                      E.  $\frac{3\sqrt{6}}{4}$

5. Δίνεται το σύνολο

$$A = \left\{ 0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2} \right\}.$$

Αν επιλέξουμε τυχαία ένα στοιχείο από το  $A$ , τότε η πιθανότητα αυτό το στοιχείο να είναι λύση της εξίσωσης

$$\eta\mu^3(x) + \sigma\upsilon\nu^3(x) = 1$$

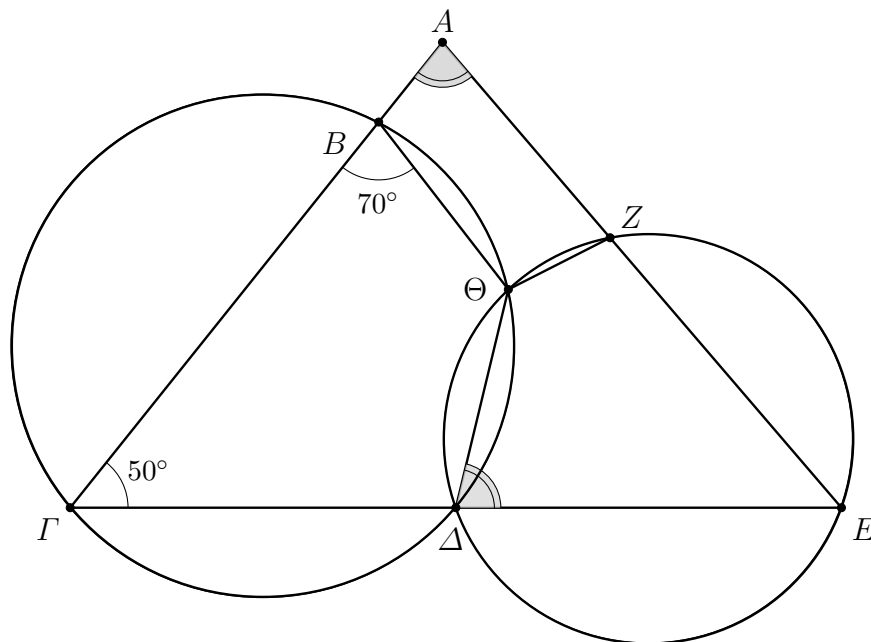
είναι ίση με:

- A.  $\frac{1}{5}$       B. 2      Γ.  $\frac{2}{5}$       Δ.  $\frac{4}{5}$       E. 1

6. Δίνεται συνάρτηση  $f$  για την οποία ισχύει  $f(1) = 6$  και  $f(2x + 1) = 3f(x)$  για κάθε  $x \in \mathbb{Z}$ . Η τιμή του  $f(63)$  είναι ίση με:

- A. 54      B. 486      Γ. 1162      Δ. 1458      E. 4374

7. Στο πιο κάτω σχήμα, ισχύει ότι  $\angle \Gamma B \Theta = 70^\circ$ ,  $\angle \Delta \Gamma B = 50^\circ$  και  $\angle BAZ = \angle \Theta \Delta E$ .



Το μέτρο της γωνίας  $\angle B\Theta Z$  είναι:

- A.  $110^\circ$       B.  $130^\circ$       Γ.  $150^\circ$       Δ.  $120^\circ$       E.  $140^\circ$

8. Οι αριθμοί  $a$  και  $b$  είναι τέλεια τετράγωνα. Η διαφορά  $a - b$  είναι πρώτος αριθμός. Από τους παρακάτω αριθμούς, η μόνη δυνατή τιμή του αριθμού  $b$  είναι:

- A. 100      B. 144      Γ. 256      Δ. 900      E. 10000

9. Αν σε τρίγωνο  $AB\Gamma$ , ισχύει ότι

$$3 \eta\mu A + 4 \sigma\upsilon\nu B = 6 \quad \text{και} \quad 4 \eta\mu B + 3 \sigma\upsilon\nu A = 1,$$

τότε το  $\sigma\upsilon\nu \Gamma$  είναι ίσο με:

A. 0      B.  $\frac{1}{2}$       Γ.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       Δ.  $\frac{1+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$       E.  $\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$

10. Το πλήθος των ζευγαριών πραγματικών αριθμών  $(x, y)$  με  $x \geq 1$  και  $y \geq -2$  που ικανοποιούν την εξίσωση

$$x + y + 6 = 2\sqrt{x-1} + 4\sqrt{y+2}$$

είναι ίσο με:

A. 0      B. 1      Γ. 2      Δ. 3      E. 4

11. Αν  $a, x \in (0, +\infty)$  με  $a \neq 1$  τότε η αριθμητική τιμή του αθροίσματος

$$S = \log_{a^{1.2}}(x) + \log_{a^{2.3}}(x) + \log_{a^{3.4}}(x) + \dots + \log_{a^{2025 \cdot 2026}}(x)$$

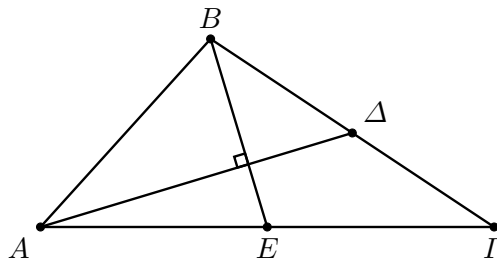
είναι ίση με:

A.  $\frac{2026}{2025} \cdot \log_a x$       B.  $\frac{2026}{2025} \cdot a \log x$       Γ.  $\frac{2025}{2026} \cdot \log_a x$   
 Δ.  $\frac{2025}{2026} \cdot \frac{\log a}{\log x}$       E. Κανένα από τα προηγούμενα

12. Το πλήθος των ακεραίων λύσεων της ανίσωσης  $||x| - 2026| < 2023$  είναι ίσο με:

A. 8090      B. 9080      Γ. 8080      Δ. 9090      E. 8595

13. Στο τρίγωνο  $AB\Gamma$  στο πιο κάτω σχήμα, η διάμεσος  $A\Delta$  είναι κάθετη στη διάμεσο  $BE$ .



Αν  $B\Gamma = 6$  cm και  $A\Gamma = 8$  cm, τότε το μήκος του  $AB$  είναι ίσο με:

A.  $3\sqrt{5}$  cm      B.  $4\sqrt{5}$  cm      Γ.  $\sqrt{5}$  cm      Δ.  $2\sqrt{6}$  cm      E.  $2\sqrt{5}$  cm

14. Δίνεται η εξίσωση

$$x^2 + (2\lambda + 3)x + \lambda + 1 = 0.$$

Η αριθμητική τιμή του  $\lambda \in \mathbb{R}$  έτσι ώστε οι ρίζες  $x_1$  και  $x_2$  της εξίσωσης να ικανοποιούν τη σχέση

$$|x_1 - x_2| = 1$$

είναι ίση με:

- A. -1      B. -2      Γ. -3      Δ. 4      E. 5

15. Δίνονται δύο πολυώνυμα δευτέρου βαθμού  $P(x)$  και  $Q(x)$  με συντελεστές του  $x^2$  ίσους με 2 και -2, αντίστοιχα. Αν οι γραφικές παραστάσεις των  $P$  και  $Q$  τέμνονται στα σημεία  $(16, 9)$  και  $(20, 10)$ , τότε η τιμή της παράστασης  $P(0) + Q(0)$  είναι ίση με:

- A. -9      B. -10      Γ. 9      Δ. 10      E. 12

16. Για κάθε  $x, y \in (0, +\infty)$  ορίζεται η πράξη

$$x \odot y = \frac{xy}{x + y},$$

για την οποία ισχύουν οι ιδιότητες

- $(x \odot y) \odot z = x \odot (y \odot z)$
- $(x \odot y) \odot z = \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right)^{-1}$

για κάθε  $x, y, z \in (0, +\infty)$ . Η αριθμητική τιμή της παράστασης

$$\frac{1}{2} \odot \frac{1}{3} \odot \frac{1}{4} \odot \cdots \odot \frac{1}{100}$$

είναι ίση με:

- A.  $\frac{2}{5049}$       B.  $\frac{3}{5050}$       Γ. 5049  
 Δ.  $\frac{1}{5049}$       E. Κανένα από τα προηγούμενα

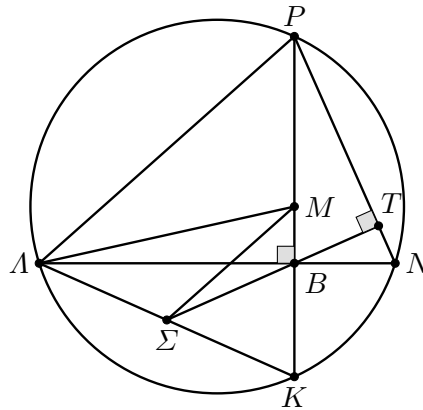
17. Αν σε ένα τρίγωνο  $AB\Gamma$  οι εφ  $A$  και εφ  $B$  είναι οι ρίζες της δευτεροβάθμιας εξίσωσης

$$6x^2 - 60x + 1 = 0,$$

τότε η τιμή της εφ  $\Gamma$  είναι ίση με:

- A. 12      B. 10      Γ.  $-\frac{1}{6}$       Δ. -10      E. -12

18. Στο πιο κάτω σχήμα οι χορδές  $PK$  και  $AN$  του κύκλου τέμνονται κάθετα στο  $B$ . Η προέκταση του ύψους  $BT$  του τριγώνου  $BPN$  τέμνει τη  $AK$  στο  $\Sigma$ . Αν  $M$  το μέσο του  $PK$ , τότε ο λόγος του εμβαδού του τριγώνου  $PAK$  προς αυτό του τριγώνου  $M\Sigma K$  είναι ίσος με:



- A.  $\frac{7}{2}$       B. 4      Γ.  $\frac{5}{3}$       Δ. 3      E.  $\frac{9}{2}$
19. Ένα κουτί περιέχει μόνο πράσινες, κόκκινες, μπλε και κίτρινες μπάλες. Ανάμεσα σε 27 μπάλες που επιλέγονται από το κουτί υπάρχει πάντα τουλάχιστον μία πράσινη μπάλα, ανάμεσα σε 25 μπάλες που επιλέγονται υπάρχει πάντα τουλάχιστον μία κόκκινη μπάλα, ανάμεσα σε 22 μπάλες που επιλέγονται υπάρχει πάντα τουλάχιστον μία μπλε μπάλα και ανάμεσα σε 17 μπάλες που επιλέγονται υπάρχει πάντα τουλάχιστον μία κίτρινη. Ο μεγαλύτερος αριθμός μπαλών που θα μπορούσαν να υπάρχουν στο κουτί είναι:
- A. 27      B. 29      Γ. 51      Δ. 87      E. 91
20. Δίνεται η ακολουθία  $(a_n)$ ,  $n \geq 1$ , με γενικό όρο

$$a_n = \sqrt{\frac{n}{6}} + \sqrt{\frac{96}{n}}.$$

Ο όρος της ακολουθίας με τη μικρότερη τιμή είναι ο:

- A.  $22^{05}$       B.  $23^{05}$       Γ.  $24^{05}$       Δ.  $25^{05}$       E.  $26^{05}$
21. Οι διαγώνιοι ενός κυρτού τετραπλεύρου  $AB\Gamma\Delta$  τέμνονται στο σημείο  $O$ . Το ελάχιστο εμβαδόν που μπορεί να έχει αυτό το τετράπλευρο, αν τα τρίγωνα  $AOB$  και  $\Gamma O\Delta$  έχουν εμβαδά  $4\text{ cm}^2$  και  $9\text{ cm}^2$ , αντίστοιχα, είναι:
- A.  $10\text{ cm}^2$       B.  $15\text{ cm}^2$       Γ.  $20\text{ cm}^2$       Δ.  $25\text{ cm}^2$       E.  $30\text{ cm}^2$

22. Έστω ότι  $f$  και  $g$  δύο πολώνυμα δευτέρου βαθμού, τέτοια ώστε

$$\frac{f(-2)}{g(-2)} = \frac{f(3)}{g(3)} = 4.$$

Αν  $g(5) = 2$ ,  $f(7) = 12$  και  $g(7) = -6$ , τότε η τιμή του  $f(5)$  είναι ίση με:

- A.  $-10$       B.  $10$       Γ.  $20$       Δ.  $22$       E.  $-36$

23. Σε παραλληλόγραμμο  $ABΓΔ$  παίρνουμε σημεία  $E$  και  $Z$  πάνω στις πλευρές  $BΓ$  και  $ΓΔ$  αντίστοιχα, ώστε  $ΓE = 3BE$  και  $ΓZ = ΔZ$ . Αν η  $ΔE$  τέμνει την  $AZ$  στο  $K$  και  $KZ = 6$  cm, τότε το  $AK$  είναι:

- A.  $13$  cm      B.  $14$  cm      Γ.  $15$  cm      Δ.  $16$  cm      E.  $10$  cm

24. Το άθροισμα όλων των θετικών διψήφιων αριθμών με διαφορετικά ψηφία που διαιρούνται με κάθε ένα από τα ψηφία τους είναι ίσο με:

- A.  $120$       B.  $135$       Γ.  $150$       Δ.  $615$       E.  $630$

25. Αν

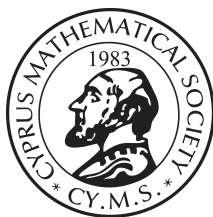
$$\log_9(p) = \log_{12}(q) = \log_{16}(p+q),$$

ο λόγος  $\frac{q}{p}$  είναι ίσος με:

- A.  $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$       B.  $\frac{\sqrt{5}}{2}$       Γ.  $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$       Δ.  $-\frac{\sqrt{5}}{2}$       E.  $1$

CYPRUS MATHEMATICAL  
OLYMPIAD 2025

ENGLISH VERSION



Cyprus Mathematical Society  
36 Stasinou street, Off. 102, 2003 Strovolos, Nicosia  
Tel: 357 – 22378101, Fax: 357 – 22379122  
[cms@cms.org.cy](mailto:cms@cms.org.cy), [www.cms.org.cy](http://www.cms.org.cy)

## 27<sup>th</sup> CYPRUS MATHEMATICAL OLYMPIAD

Sunday, April 26, 2026

### EXAM PAPER 11<sup>th</sup> & 12<sup>th</sup> GRADE

**TIME: 60 minutes**

- Fill in carefully the answer sheet, by choosing only one answer to each question. The selection must be made by shading the right answer.
- Every correct answer is graded with 4 points. For each wrong answer, 1 point will be deducted.
- If a question is answered by shading more than one answer, the answer will be considered wrong. The correction will be made electronically, so any additional mark might be taken as wrong.
- You can use the space next to the questions to take extra notes.
- It is recommended that you complete the answer sheet in the last five minutes of the exam, making sure that your answers are final.

#### Examples of filling the answer sheet

1. Find the result  $2 + 3$ .

A. 6                      B. 5                      Γ. 4                      Δ. 3                      E. 2

**Correct filling**

1.    (A)   (B)   (Γ)   (Δ)   (E)

1.    (A)   (B)   (Γ)   (Δ)   (E)

1.    (A)   (B)   (Γ)   (Δ)   (E)

**Incorrect filling**

1.    (A)   (B)   (Γ)   (Δ)   (E)

1.    (A)   (B)   (Γ)   (Δ)   (E)

1.    (A)   (B)   (Γ)   (Δ)   (E)

1. If

$$A = \frac{3 + \sqrt{3}}{3 - \sqrt{3}} + \frac{3 - \sqrt{3}}{3 + \sqrt{3}},$$

then the value of  $A$  is equal to:

- A. 2      B. 3      Γ.
- $\frac{3}{2}$
- Δ. 1      E. 4

2. The function

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - ax, & x \geq 2 \\ ax - 8b, & x < 2 \end{cases}$$

is given, for which  $f(-1) = 3$  and  $f(5) = 10$ . The value of  $b$  is equal to:

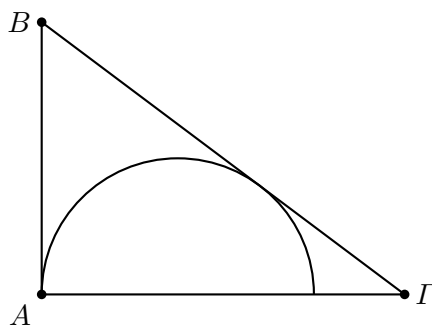
- A.
- $-\frac{3}{4}$
- B.
- $\frac{3}{5}$
- Γ. 3      Δ.
- $\frac{7}{4}$
- E.
- $-\frac{4}{3}$

3. Let  $O = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ . If

$$\overrightarrow{OP} = \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \end{pmatrix} \quad \text{and} \quad \overrightarrow{PQ} = 2\overrightarrow{OQ},$$

then the vector  $\overrightarrow{OQ}$  is equal to:

- A.
- $\begin{pmatrix} -15 \\ 12 \end{pmatrix}$
- B.
- $\begin{pmatrix} 10 \\ 8 \end{pmatrix}$
- Γ.
- $\begin{pmatrix} -5 \\ 4 \end{pmatrix}$
- Δ.
- $\begin{pmatrix} 15 \\ -12 \end{pmatrix}$
- E.
- $\begin{pmatrix} 10 \\ -8 \end{pmatrix}$

4. A semicircle is inscribed in a right-angled triangle  $AB\Gamma$  with  $AB = 3$  cm and  $A\Gamma = 4$  cm, as shown in the figure below

The radius of the semicircle is equal to:

- A.
- $\frac{\sqrt{2}}{3}$
- B.
- $\frac{3}{2}$
- Γ.
- $\frac{4\sqrt{5}}{3}$
- Δ. 2      E.
- $\frac{3\sqrt{6}}{4}$

5. The set

$$A = \left\{ 0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2} \right\}.$$

is given. If we choose an element of  $A$  at random, then the probability that it is a solution of the equation

$$\sin^3(x) + \cos^3(x) = 1$$

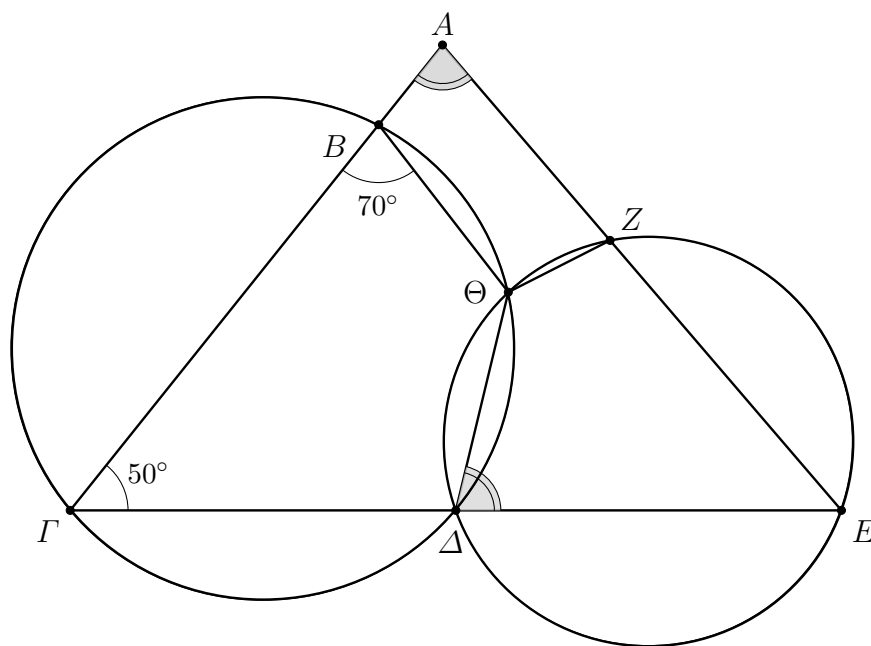
is equal to:

- A.  $\frac{1}{5}$       B. 2      Γ.  $\frac{2}{5}$       Δ.  $\frac{4}{5}$       E. 1

6. A function  $f$  is given such that  $f(1) = 6$  and  $f(2x + 1) = 3f(x)$  for all  $x \in \mathbb{Z}$ . The value of  $f(63)$  is:

- A. 54      B. 486      Γ. 1162      Δ. 1458      E. 4374

7. In the figure below  $\angle \Gamma B \Theta = 70^\circ$ ,  $\angle \Delta \Gamma B = 50^\circ$  and  $\angle BAZ = \angle \Theta \Delta E$ .



The measure of the angle  $\angle B\Theta Z$  is:

- A.  $110^\circ$       B.  $130^\circ$       Γ.  $150^\circ$       Δ.  $120^\circ$       E.  $140^\circ$

8. The numbers  $a$  and  $b$  are perfect squares. The difference  $a - b$  is a prime number. From the numbers below, the only possible value of  $b$  is:

- A. 100      B. 144      Γ. 256      Δ. 900      E. 10000

9. If in a triangle  $AB\Gamma$ , it holds that

$$3 \sin A + 4 \cos B = 6 \quad \text{and} \quad 4 \sin B + 3 \cos A = 1,$$

then  $\cos \Gamma$  is equal to:

- A. 0      B.  $\frac{1}{2}$       Γ.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       Δ.  $\frac{1+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$       E.  $\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$

10. The number of pairs of real numbers  $(x, y)$ , with  $x \geq 1$  and  $y \geq -2$  that satisfy the equation

$$x + y + 6 = 2\sqrt{x-1} + 4\sqrt{y+2}$$

is equal to:

- A. 0      B. 1      Γ. 2      Δ. 3      E. 4

11. If  $a, x \in (0, +\infty)$  with  $a \neq 1$ , then the numerical value of the sum

$$S = \log_{a^{1.2}}(x) + \log_{a^{2.3}}(x) + \log_{a^{3.4}}(x) + \cdots + \log_{a^{2025 \cdot 2026}}(x)$$

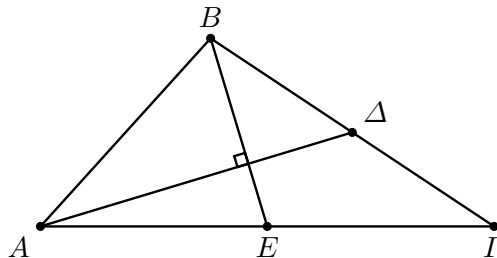
is equal to:

- A.  $\frac{2026}{2025} \cdot \log_a x$       B.  $\frac{2026}{2025} \cdot a \log x$       Γ.  $\frac{2025}{2026} \cdot \log_a x$   
 Δ.  $\frac{2025}{2026} \cdot \frac{\log a}{\log x}$       E. none of the previous

12. The number of integer solutions of the inequality  $||x| - 2026| < 2023$  is equal to:

- A. 8090      B. 9080      Γ. 8080      Δ. 9090      E. 8595

13. In the triangle  $AB\Gamma$  in the figure below, the median  $A\Delta$  is perpendicular to the median  $BE$ .



If  $B\Gamma = 6$  cm and  $A\Gamma = 8$  cm, then the length of  $AB$  is equal to:

- A.  $3\sqrt{5}$  cm      B.  $4\sqrt{5}$  cm      Γ.  $\sqrt{5}$  cm      Δ.  $2\sqrt{6}$  cm      E.  $2\sqrt{5}$  cm

14. The equation

$$x^2 + (2\lambda + 3)x + \lambda + 1 = 0$$

is given. The value of  $\lambda \in \mathbb{R}$  such that the roots  $x_1$  and  $x_2$  of the equation satisfy

$$|x_1 - x_2| = 1$$

is equal to:

- A. -1            B. -2            Γ. -3            Δ. 4            E. 5

15. Let  $P(x)$  and  $Q(x)$  be two quadratic polynomials with coefficients of  $x^2$  equal to 2 and -2 respectively. If the graphs of  $P$  and  $Q$  intersect at the points (16, 9) and (20, 10), then the value of the expression  $P(0) + Q(0)$  is equal to:

- A. -9            B. -10            Γ. 9            Δ. 10            E. 12

16. For every  $x, y \in (0, +\infty)$ , the operation

$$x \odot y = \frac{xy}{x+y}$$

is defined, for which the following properties hold:

- $(x \odot y) \odot z = x \odot (y \odot z)$
- $(x \odot y) \odot z = \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right)^{-1}$

for all  $x, y, z \in (0, +\infty)$ . The numerical value of the expression

$$\frac{1}{2} \odot \frac{1}{3} \odot \frac{1}{4} \odot \cdots \odot \frac{1}{100}$$

is equal to:

- A.  $\frac{2}{5049}$             B.  $\frac{3}{5050}$             Γ. 5049  
Δ.  $\frac{1}{5049}$             E. None of the previous

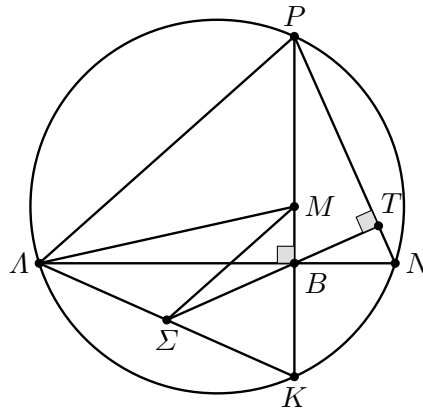
17. In a triangle  $AB\Gamma$ , if  $\tan A$  and  $\tan B$  are the roots of the quadratic equation

$$6x^2 - 60x + 1 = 0,$$

then the value of  $\tan \Gamma$  is:

- A. 12            B. 10            Γ.  $-\frac{1}{6}$             Δ. -10            E. -12

18. In the figure below, the chords  $PK$  and  $AN$  of the circle intersect perpendicularly at  $B$ . The extension of the altitude  $BT$  of the triangle  $BPN$  intersects  $AK$  at  $\Sigma$ . If  $M$  is the midpoint of  $PK$ , then the ratio of the area of the triangle  $PAK$  to that of the triangle  $M\Sigma K$  is equal to:



- A.  $\frac{7}{2}$       B. 4      Γ.  $\frac{5}{3}$       Δ. 3      E.  $\frac{9}{2}$
19. A box contains only green, red, blue, and yellow balls. Among any 27 balls chosen from the box, there is always at least one green ball, among any 25 balls chosen, there is always at least one red ball, among any 22 balls chosen, there is always at least one blue ball, and among any 17 balls chosen, there is always at least one yellow ball. The largest number of balls that could be in the box is:
- A. 27      B. 29      Γ. 51      Δ. 87      E. 91
20. The sequence  $(a_n)$ ,  $n \geq 1$ , is given, whose general term is

$$a_n = \sqrt{\frac{n}{6}} + \sqrt{\frac{96}{n}}.$$

The term of this sequence with the smallest value is the:

- A. 22<sup>nd</sup>      B. 23<sup>rd</sup>      Γ. 24<sup>th</sup>      Δ. 25<sup>th</sup>      E. 26<sup>th</sup>
21. The diagonals of a convex quadrilateral  $AB\Gamma\Delta$  intersect at the point  $O$ . The minimum area that this quadrilateral can have, if the triangles  $AOB$  and  $\Gamma O\Delta$  have areas  $4 \text{ cm}^2$  and  $9 \text{ cm}^2$ , respectively, is:

- A.  $10 \text{ cm}^2$       B.  $15 \text{ cm}^2$       Γ.  $20 \text{ cm}^2$       Δ.  $25 \text{ cm}^2$       E.  $30 \text{ cm}^2$

22. Let  $f$  and  $g$  be two quadratic polynomials (degree 2), such that

$$\frac{f(-2)}{g(-2)} = \frac{f(3)}{g(3)} = 4.$$

If  $g(5) = 2$ ,  $f(7) = 12$  and  $g(7) = -6$  then the value of  $f(5)$  is:

- A. -10      B. 10      Γ. 20      Δ. 22      E. -36

23. In a parallelogram  $AB\Gamma\Delta$  we take points  $E$  and  $Z$  on the sides  $B\Gamma$  and  $\Gamma\Delta$ , respectively, such that  $\Gamma E = 3BE$  and  $\Gamma Z = \Delta Z$ . If  $\Delta E$  intersects  $AZ$  at  $K$  and  $KZ = 6$  cm, then  $AK$  is:

- A. 13 cm      B. 14 cm      Γ. 15 cm      Δ. 16 cm      E. 10 cm

24. The sum of all positive two-digit integers with distinct digits that are divisible by each of their digits is equal to:

- A. 120      B. 135      Γ. 150      Δ. 615      E. 630

25. Given that

$$\log_9(p) = \log_{12}(q) = \log_{16}(p+q),$$

the value of the ratio  $\frac{q}{p}$  is equal to:

- A.  $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$       B.  $\frac{\sqrt{5}}{2}$       Γ.  $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$       Δ.  $-\frac{\sqrt{5}}{2}$       E. 1

