



ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ

ΠΑΓΚΥΠΡΙΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΣ 2025
«Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ»

Ημερομηνία: 13/12/2025 Ώρα Εξέτασης: 9:30-12:30

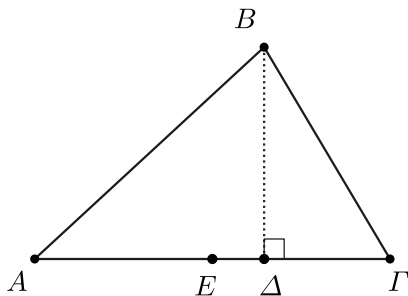
ΟΔΗΓΙΕΣ

1. Να λύσετε όλα τα θέματα, αιτιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.
2. Να γράφετε με μπλε ή μαύρο μελάνι. (Τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι)
3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
4. Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.

Πρόβλημα 1. Να αποδείξετε ότι το άθροισμα κάθε τετραψήφιου φυσικού αριθμού και του ανάστροφού του είναι πολλαπλάσιο του 11.

Ως ανάστροφο ενός αριθμού ορίζουμε τον αριθμό που προκύπτει όταν διαβάζουμε τα ψηφία του με αντίστροφη σειρά. Για παράδειγμα, ο ανάστροφος του 2025 είναι ο 5202.

Πρόβλημα 2. Στο πιο κάτω σχήμα, δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB > B\Gamma$. Δίνεται επίσης το μέσο E της πλευράς ΓA , καθώς και σημείο Δ στην πλευρά ΓA τέτοιο ώστε το $B\Delta$ να είναι ύψος.



(α) Να αποδείξετε ότι

$$AB^2 = BE^2 + AE^2 + 2AE \cdot E\Delta.$$

(β) Να αποδείξετε ότι

$$AB^2 + B\Gamma^2 = 2(BE^2 + AE^2).$$

Πρόβλημα 3. Αν $x = \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}$, να βρείτε ακέραιους αριθμούς u, v τέτοιους ώστε να είναι

$$x^2 + \frac{24}{x^2} = u + v\sqrt{6}.$$

Πρόβλημα 4.

(α) Να αποδείξετε ότι ο αριθμός

100260169

είναι τετράγωνο ακέραιου αριθμού.

(β) Να αποδείξετε ότι ο αριθμός

10...0340...0289

(όπου υπάρχουν ακριβώς 2025 μηδενικά μεταξύ του 1 και του 3, και ακριβώς 2024 μηδενικά μεταξύ του 4 και του 2) είναι τετράγωνο ακέραιου αριθμού.