



ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
ΠΑΓΚΥΠΡΙΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΣ 2025

Ε' ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

Ημερομηνία: 13/12/2025

Ώρα Εξέτασης: 9:30-11:30

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Να λύσετε όλα τα θέματα, αιτιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.
2. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.
3. Να γράφετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
4. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
5. Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.

Προτεινόμενες Λύσεις

Πρόβλημα 1

Δίνεται η σχέση $\alpha + \frac{1}{2}\beta = \frac{7}{2}$ και $\alpha + 2\beta + 3\gamma = 14$. Να βρείτε

- i. την τιμή της παράστασης $2\alpha + \beta$.
- ii. Την τιμή της παράστασης $3\alpha + 3\beta + 3\gamma$.
- iii. Την τιμή της παράστασης $\alpha + \beta + \gamma$.

Λύση:

$$(1) \quad \alpha + \frac{1}{2}\beta = \frac{7}{2}$$

$$(2) \quad \alpha + 2\beta + 3\gamma = 14.$$

i. Πολλαπλασιάζουμε την (1) επί 2 $\Rightarrow 2\alpha + \beta = 2\left(\alpha + \frac{1}{2}\beta\right) = 2 \cdot \frac{7}{2} = 7$ (3)

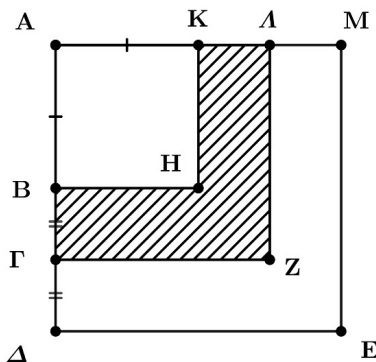
ii. Προσθέτουμε τις (2) και (3) $\Rightarrow \alpha + 2\beta + 3\gamma + 2\alpha + \beta = 14 + 7$

$$\Rightarrow 3\alpha + 3\beta + 3\gamma = 21 \quad (4)$$

iii. Διαιρούμε την (4) δια 3 $\Rightarrow \alpha + \beta + \gamma = \frac{3\alpha + 3\beta + 3\gamma}{3} = \frac{21}{3} = 7$

Πρόβλημα 2

Δίνεται το πιο κάτω τετράγωνο ΑΜΕΔ. Το εμβαδόν του τετραγώνου ΑΚΗΒ είναι 144 cm^2 . Τα σημεία Β και Κ μέσα της πλευράς ΑΔ και ΑΜ αντίστοιχα και τα σημεία Γ και Λ μέσα των πλευρών ΒΔ και ΚΜ αντίστοιχα. Να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο του σκιασμένου σχήματος ΚΛΖΓΒΗΚ.



Λύση:

Το εμβαδόν του τετραγώνου $AKHB$ είναι 144 cm^2 , άρα, αν η πλευρά του τετραγώνου είναι x , έχουμε $x^2 = 144 \Rightarrow x = 12 \text{ cm}$.

Δηλαδή, οι πλευρές του τετραγώνου είναι $AK = KH = HB = AB = 12 \text{ cm}$.

Εφόσον, τα σημεία B και K είναι μέσα των πλευρών AD και AM αντίστοιχα και

$AK = AB = 12 \text{ cm}$, τότε $AD = AM = 24 \text{ cm}$.

Τώρα, τα σημεία Γ και Λ μέσα των πλευρών BD και KM , αντίστοιχα και

$BD = KM = 12 \text{ cm}$, άρα $B\Gamma = K\Lambda = 6 \text{ cm}$.

Επομένως, $A\Lambda = AK + K\Lambda = 18 \text{ cm}$ και $A\Lambda = \Lambda Z = \Gamma Z = A\Gamma = 18 \text{ cm}$, διότι το $A\Lambda Z\Gamma$ είναι τετράγωνο.

Συμπερασματικά, το εμβαδόν του $A\Lambda Z\Gamma$ είναι $18^2 = 324 \text{ cm}^2$

Το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους θα το βρούμε αφαιρώντας το εμβαδόν του τετραγώνου $AKHB$ από το εμβαδόν του τετραγώνου $A\Lambda Z\Gamma$, δηλαδή

$$E_{\sigma\kappa} = 324 - 144 = 180 \text{ cm}^2$$

Η περίμετρος του σκιασμένου σχήματος $K\Lambda Z\Gamma BHK$ είναι

$$K\Lambda + \Lambda Z + Z\Gamma + \Gamma B + BH + HK = 6 + 18 + 18 + 6 + 12 + 12 = 72 \text{ cm}$$

Πρόβλημα 3

Να βρείτε το άθροισμα όλων των τριψήφιων αριθμών των οποίων

- Το άθροισμα των ψηφίων είναι 7.
- Το ψηφίο των δεκάδων είναι άρτιος (ζυγός) και το άθροισμά των ψηφίων είναι 7.
- Το ψηφίων των μονάδων είναι μεγαλύτερο από των εκατοντάδων και το άθροισμά των ψηφίων είναι 7.

Λύση:

Τριψήφιοι με το άθροισμα των ψηφίων τους να είναι 7:

106	205	304	403	502	601	700
115	214	313	412	511	610	
124	223	322	421	520		
133	232	331	430			
142	241	340				
151	250					
160						

Άθροισμα: 9016

Τριψήφιοι με το ψηφίο των δεκάδων να είναι άρτιος (ζυγός) και το άθροισμά των ψηφίων τους να είναι 7:

106	205	304	403	502	601	700
115	214	313	412	511	610	
124	223	322	421	520		
133	232	331	430			
142	241	340				
151	250					
160						

Άθροισμα: 5314

Τριψήφιοι με το ψηφίων των μονάδων τους να είναι μεγαλύτερο από των εκατοντάδων και το άθροισμά των ψηφίων είναι 7:

106	205	304	403	502	601	700
115	214	313	412	511	610	
124	223	322	421	520		
133	232	331	430			
142	241	340				
151	250					
160						

Άθροισμα: 1566

Πρόβλημα 4

Σε μια τάξη την ώρα του μαθήματος των μαθηματικών, η Ελένη δίνει στους συμμαθητές της την πιο άσκηση:

«Η λέξη STEAM αντιπροσωπεύει έναν πενταψήφιο αριθμό.

Κάθε ένα από τα γράμματα S,T,E,A και M αντιπροσωπεύει έναν διαφορετικό μονοψήφιο φυσικό αριθμό. Ισχύουν τα εξής:

- (1) Ο αριθμός S είναι διπλάσιος από τον αριθμό E.
- (2) Ο αριθμός T είναι μικρότερος κατά 1 από τον αριθμό E.
- (3) Ο αριθμός A είναι ίσος με το διπλάσιο του T αυξημένο κατά 1 και
- (4) ο αριθμός M είναι ίσος με το μισό του αθροίσματος των αριθμών E, S, T και A.

Να βρείτε τον πενταψήφιο αριθμό.»

Λύση:

(1) Ο αριθμός S είναι διπλάσιος από τον αριθμό E

$$S = 2E$$

(2) Ο αριθμός T είναι μικρότερος κατά 1 από τον αριθμό E

$$T = E - 1$$

(3) Ο αριθμός A είναι ίσος με το διπλάσιο του T αυξημένο κατά 1

$$A = 2T + 1$$

(4) ο αριθμός M είναι ίσος με το μισό του αθροίσματος των αριθμών E, S, T και A

$$M = \frac{E+S+T+A}{2}$$

Αντ. (2) στην (3) $\Rightarrow A = 2(E - 1) + 1 \Rightarrow A = 2E - 1$ (5)

Αντ. (1), (2) και (5) στην (4) $\Rightarrow M = \frac{E+2E+E-1+2E-1}{2} \Rightarrow M = \frac{6E-2}{2} \Rightarrow M = 3E - 1$ (6)

Κάθε ένα από τα γράμματα S,T,E,A και M αντιπροσωπεύει έναν διαφορετικό **μονοψήφιο φυσικό αριθμό**.

Επομένως,

$$0 \leq M \leq 9 \Rightarrow 0 \leq 3E - 1 \leq 9 \Rightarrow \frac{1}{3} \leq E \leq 3$$

Όμως, το E είναι φυσικός αριθμός, οπότε $1 \leq E \leq 3$

Άρα, το E μπορεί να πάρει τις τιμές 1, 2 ή 3.

Για E = 1,

$$S = 2, T = 0, A = 1, M = 2$$

Οι αριθμοί δεν είναι διαφορετικοί, άρα το E = 1 απορρίπτεται

Για E = 2,

$$S = 4, T = 1, A = 3 \text{ και } M = 5$$

Οι αριθμοί είναι διαφορετικοί, άρα δεχόμαστε τη λύση: 41235

Για E = 3

$$S = 6, T = 2, A = 5, M = 8$$

Οι αριθμοί είναι πάλι διαφορετικοί, άρα δεχόμαστε τη λύση: 62358

Επομένως, υπάρχουν δύο δυνατές λύσεις, οι οποίες είναι οι αριθμοί 41235 και 62358