



ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ  
ΠΑΓΚΥΠΡΙΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ  
ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ 2021

ΣΤ' ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

Ημερομηνία: 28/2/2021

Ώρα Εξέτασης: 09:30-11:30

**ΟΔΗΓΙΕΣ:**

1. Να λύσετε όλα τα θέματα, αιτιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.
2. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.
3. Να γράφετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
4. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
5. Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.

**ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ**

**Πρόβλημα 1**

Σε μια αποθήκη σιτηρών υπάρχει μια ποσότητα σιταριού.

Ένα φορτηγό φόρτωσε και μετέφερε αλλού την πρώτη μέρα τα  $\frac{2}{5}$  της αρχικής ποσότητας, τη δεύτερη ημέρα μετέφερε τα  $\frac{3}{4}$  της υπόλοιπης ποσότητας σιταριού και τη τρίτη ημέρα μετέφερε το  $\frac{1}{2}$  της υπόλοιπης ποσότητας σιταριού.

Έχουν μείνει 2400 κιλά σιτάρι. Πόσα κιλά σιτάρι υπήρχε αρχικά στην αποθήκη;

Λύση:

Αν ξεκινήσουμε από τα 2400 που έμειναν στο τέλος της 3<sup>ης</sup> μέρας, τότε στην αρχή της υπήρχαν τα διπλάσια δηλ. 4800 κιλά.

Τα 4800 κιλά στο τέλος της 2<sup>ης</sup> μέρας ήταν το  $\frac{1}{4}$  των 19200 που υπήρχαν στην αρχή της.

Τα 19200 στο τέλος της 1<sup>ης</sup> μέρας ήταν τα  $\frac{3}{5}$  της αρχικής ποσότητας. Άρα

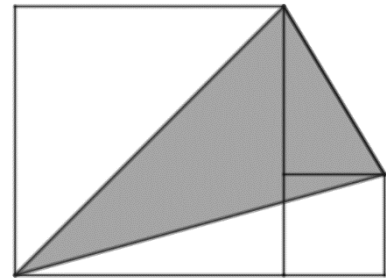
$19200 * \frac{5}{3} = 32000$  κιλά ήταν η αρχική ποσότητα σιταριού στην αποθήκη.

	Υπήρχαν	Μετέφερε	Απέμειναν
3 <sup>η</sup> μέρα	$2400 \times 2 = 4800$	2400	2400
2 <sup>η</sup> μέρα	$4800 \times 4 = 19200$	14400	4800
1 <sup>η</sup> μέρα	$19200 \times \frac{5}{3} = \mathbf{32000}$	12800	19200

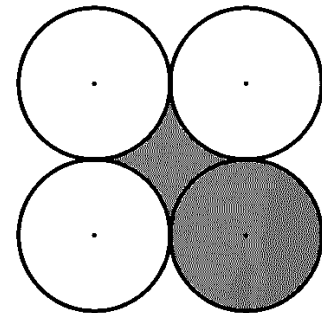
## Πρόβλημα 2

(α) Στο σχήμα υπάρχουν 2 τετράγωνα με πλευρές  $8\text{ cm}$  και  $3\text{ cm}$  αντίστοιχα.

Να υπολογίσετε το εμβαδόν του σκιασμένου χωρίου.



(β) Στο διπλανό σχήμα δίνονται τέσσερις ίσοι κύκλοι ακτίνας  $1,5\text{ cm}$ . Να βρείτε το εμβαδόν του σκιασμένου χωρίου.



## Λύση

α) Το εμβαδό ολόκληρου του σχήματος είναι

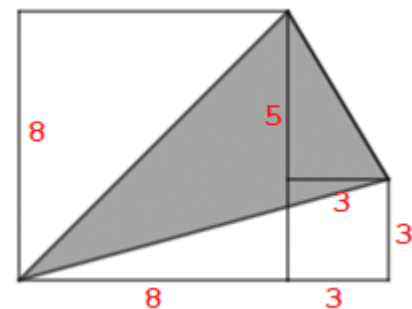
$$8^2 + 3^2 + \frac{3 \cdot 5}{2} = \frac{161}{2} \text{ cm}^2$$

Το εμβαδό των δύο λευκών τριγώνων είναι

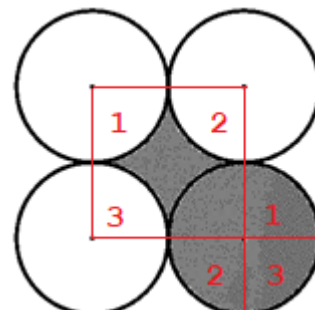
$$\frac{8 \cdot 8}{2} + \frac{11 \cdot 3}{2} = \frac{97}{2} \text{ cm}^2$$

Άρα το εμβαδό του σκιασμένου χωρίου είναι

$$\frac{161}{2} - \frac{97}{2} = 32 \text{ cm}^2$$



β) Αν μεταφέρουμε τα μαύρα τεταρτοκύκλια 1,2 και 3 στις θέσεις 1,2, 3 εντός του τετραγώνου όπως φαίνεται στο σχήμα τότε συμπληρώνεται ένα μαύρο τετράγωνο με πλευρά  $3\text{ cm}$ . Άρα το εμβαδόν του σκιασμένου είναι  $3^2 = 9\text{ cm}^2$ .



### Πρόβλημα 3

Τα γράμματα  $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon$  αντιπροσωπεύουν διαφορετικούς μονοψήφιους αριθμούς (από το 0 μέχρι το 9).

Αν

$$\alpha + \alpha + \alpha = \gamma, \beta + \beta = \delta \text{ και } \gamma + \delta = \varepsilon$$

Να βρείτε όλες τις δυνατές τιμές των  $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon$ .

Λύση

Παρατηρούμε ότι κανένα ψηφίο δεν μπορεί να είναι το 0 γιατί είναι όλα διαφορετικά.

Από το  $\gamma = 3\alpha$  και  $\delta = 2\beta$  παίρνουμε  $3\alpha + 2\beta = \varepsilon$ . Έτσι το  $\alpha = 1$  ή 2.

Για το  $\alpha = 1$  το  $\beta$  μπορεί να είναι 2 ή 3.

Αν $\alpha=1$ και $\beta=2$	$\gamma = 3\alpha = 3$	$\delta = 2\beta = 4$	$\varepsilon = \gamma + \delta = 7$	δεκτή
Αν $\alpha=1$ και $\beta=3$	$\gamma = 3\alpha = 3$			Απορρίπτεται γιατί $\beta = \gamma$

Για το  $\alpha = 2$  το  $\beta$  μπορεί να είναι μόνο 1.

Αν $\alpha=2$ και $\beta=1$	$\gamma = 3\alpha = 6$	$\delta = 2\beta = 2$		Απορρίπτεται γιατί $\alpha = \delta$
-----------------------------	------------------------	-----------------------	--	---

Άρα η μοναδική λύση είναι  $\alpha=1, \beta=2, \gamma=3, \delta=4$  και  $\varepsilon=7$ .

#### Πρόβλημα 4

Στο μαγικό τετράγωνο το άθροισμα των 3 αριθμών κάθε γραμμής, στήλης και των δύο διαγώνιων είναι ίσο. Να υπολογίσετε τους αριθμούς  $\alpha, \beta, x, y, z$ .

$\alpha$	16	20
2	$x$	$z$
$\beta$	$y$	9

Λύση

$\alpha = 45$	16	20
2	$x = 27$	$z = 52$
$\beta = 34$	$y = 38$	9

$$\alpha + 16 + 20 = \alpha + x + 9 \Rightarrow x = 27$$

$$\alpha + 16 + 20 = \alpha + 2 + \beta \Rightarrow \beta = 34$$

$$\text{Άρα το άθροισμα της διαγώνιου είναι } 34 + 27 + 20 = 81$$

$$\text{Άρα } \alpha = 81 - 16 - 20 = 45$$

$$\text{Άρα } y = 81 - 16 - 27 = 38$$

$$\text{Άρα } z = 81 - 20 - 9 = 52$$