



ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
ΕΠΑΡΧΙΑΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2025

ΣΤ' ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΛΥΣΕΙΣ

Ημερομηνία: 08/11/2025

Ώρα Εξέτασης: 10:00-12:00

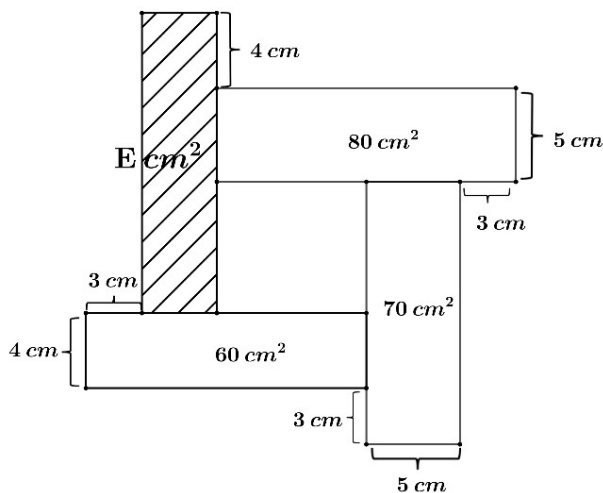
ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Να λύσετε όλα τα θέματα, αιτιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.
2. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.
3. Να γράφετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
4. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
5. Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.

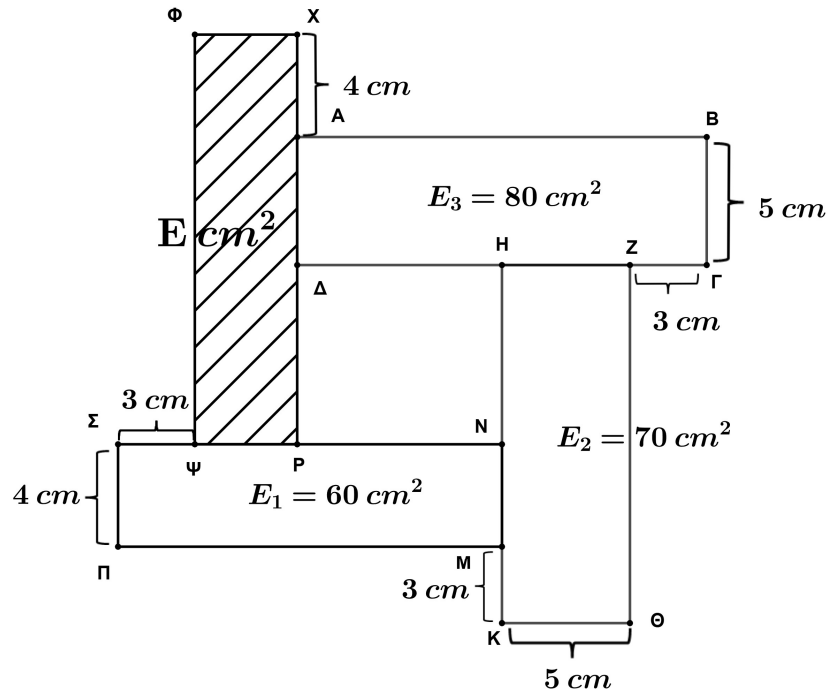
ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

Πρόβλημα 1

Το πιο κάτω σχήμα αποτελείται από ορθογώνια. Να βρείτε το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης επιφάνειας.



Προτεινόμενη Λύση



$$\begin{aligned}
 E_1 &= \Sigma\Pi \cdot \Sigma N \Rightarrow 60 = 4 \cdot \Sigma N \Rightarrow \Sigma N = 15 \text{ cm} \\
 E_2 &= K\Theta \cdot HK \Rightarrow 70 = 5 \cdot HK \Rightarrow HK = 14 \text{ cm} \\
 E_3 &= \Delta\Gamma \cdot B\Gamma \Rightarrow 80 = \Delta\Gamma \cdot 5 \Rightarrow \Delta\Gamma = 16 \text{ cm} \\
 \Delta\Gamma &= \Delta H + HZ + Z\Gamma \Rightarrow \Delta H = 16 - 5 - 3 = 8 \text{ cm} \Rightarrow PN = 8 \text{ cm} \\
 \Sigma N &= \Sigma\Psi + \Psi P + PN \Rightarrow \Psi P = 15 - 8 - 3 = 4 \text{ cm} \\
 HK &= HN + NM + MK \Rightarrow HN = 14 - 3 - 4 = 7 \text{ cm} \\
 XP &= XA + A\Delta + \Delta P = 4 + 5 + 7 = 16 \text{ cm} \\
 E &= XP \cdot \Psi P = 16 \cdot 4 = 64 \text{ cm}^2
 \end{aligned}$$

2ος τρόπος

$$\begin{aligned}
 \Phi\Psi + \Sigma\Pi + MK &= \Theta Z + B\Gamma + AX \Rightarrow \Phi\Psi + 4 + 3 = 14 + 5 + 4 \Rightarrow \Phi\Psi = 16 \text{ cm} \\
 \Sigma\Psi + \Phi X + AB &= \Pi M + K\Theta + Z\Gamma \Rightarrow 3 + \Phi X + 16 = 15 + 5 + 3 \Rightarrow \Phi X = 4 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

Πρόβλημα 2

Τρεις ίδιες μηχανές πρέπει να τελειώσουν ένα έργο. Αν ξεκινήσουν στις 9 το πρωί, τελειώνουν ακριβώς στις 15:30, κάνοντας ένα διάλειμμα μίας ώρας για συντήρηση.

Σήμερα όμως θέλουν να κάνουν ένα μεγαλύτερο έργο. Γι' αυτό το έργο οι τρεις μηχανές υπολογίζεται ότι θα χρειαστούν $1\frac{1}{2}$ ώρα επιπλέον. Πόσες μηχανές πρέπει να εργαστούν από την αρχή, δηλαδή στις 9 το πρωί, αν θέλουμε το έργο να είναι έτοιμο ακριβώς στις 12 το μεσημέρι, χωρίς να κάνουν διάλειμμα;

Προτεινόμενη Λύση

Οι μηχανές εργάζονται $6,5 - 1 = 5,5$ ώρες (1 ώρα είναι το διάλειμμα)

Αν εργαστούν οι 3 μηχανές το νέο έργο θα τελειώσει σε $5,5 + 1,5 = 7$ ώρες.

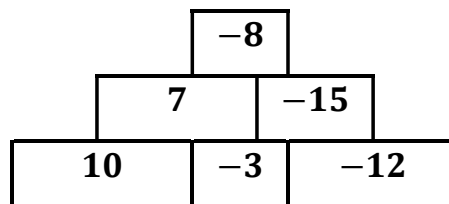
Αν εργαστούν x μηχανές θα πρέπει να τελειώσει σε 3 ώρες.

Ισχύει ότι $3 \cdot 7 = 21$ και θα πρέπει $x \cdot 3 = 21 \Rightarrow x = 7$.

Επομένως πρέπει να δουλέψουν 7 μηχανές.

Πρόβλημα 3

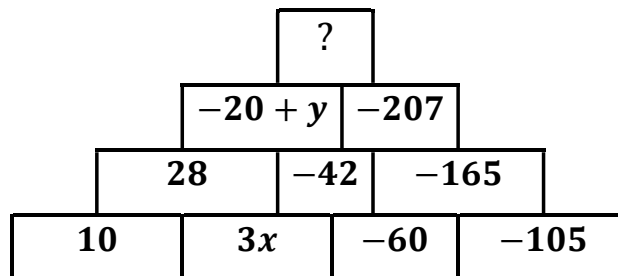
Η άσκηση αφορά αριθμητικές πυραμίδες που κατασκευάζονται με πρόσθεση, όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα (τριώροφη πυραμίδα).



Στην πιο κάτω τετραώροφη αριθμητική πυραμίδα να βρείτε:

α) Την τιμή του x και του y και

β) Τον αριθμό που πρέπει να γράψουμε στην κορυφή της πυραμίδας.



Προτεινόμενη Λύση

Κάθε κουτί περιέχει αριθμό ίσο με το άθροισμα των δύο κουτιών στα οποία «κάθεται».

Επομένως $28 = 10 + 3x \Rightarrow 3x = 18 \Rightarrow x = 6$

Ομοίως $-20 + y = 28 - 42 \Rightarrow y = 28 + 20 - 42 = 6$

$$-20 + y = -20 + 6 = -14$$

και

$$? = -20 + y - 207 = -14 - 207 = -221$$

Πρόβλημα 4

Οι τρεις αδελφές Μαρία, Άντρεα και Γεωργία είχαν κληρονομήσει πριν από τρία χρόνια συνολικά 48 χρυσές λίρες. Κάθε μία είχε πάρει τόσες λίρες όσα ήταν και τα χρόνια της.

Αρχικά, η Μαρία έδωσε το μισό από τις λίρες της σε ίσα μέρη στις δύο αδελφές της. Στη συνέχεια, η Άντρεα έδωσε το μισό από τις λίρες που είχε τώρα σε ίσα μέρη στις αδελφές της. Όταν ήρθε η σειρά της Γεωργίας, έδωσε και αυτή το μισό από τις λίρες που είχε τώρα σε ίσα μέρη στη Μαρία και την Άντρεα.

Στο τέλος διαπίστωσαν ότι όλες είχαν τον ίδιο αριθμό λιρών.

Πόσο χρονών είναι σήμερα οι αδελφές;

Προτεινόμενη Λύση

Στο τέλος (μετά και το τρίτο βήμα) όλες έχουν $48:3 = 16$ λίρες.

Δηλαδή ισχύει ότι $\Gamma_3 = 16$, $A_3 = 16$ και $M_3 = 16$.

Άρα στο 2^ο βήμα θα έχουμε:

$$\Gamma_2 = 2\Gamma_3 = 32,$$

$$A_2 = A_3 - 8 = 8 \text{ και } M_2 = M_3 - 8 = 8$$

Στο 1^ο βήμα θα έχουμε:

$$A_1 = 2A_2 = 16$$

$$\Gamma_1 = \Gamma_2 - \frac{A_1}{4} = 32 - 4 = 28, \text{ και } M_1 = M_2 - \frac{A_1}{4} = 4$$

Επομένως στην αρχή είχαμε

$$M_0 = 2M_1 = 8$$

$$\Gamma_0 = \Gamma_1 - \frac{M_0}{4} = 28 - 2 = 26 \text{ και } A_0 = A_1 - \frac{M_0}{4} = 16 - 2 = 14$$

Οι ηλικίες πριν τρία χρόνια ήταν Μαρία 8 ετών, Άντρεα 14 και Γεωργία 26 ετών.

Άρα σήμερα οι ηλικίες τους θα είναι 11, 14 και 29 αντίστοιχα.