



ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
ΠΑΓΚΥΠΡΙΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ

Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

Ημερομηνία: 2/12/17

Ωρα εξέτασης: 09:30 -12:30

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Να λύσετε όλα τα θέματα .Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.
2. Να γράφετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι)
3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
4. Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.

Πρόβλημα 1: (α) Να βρείτε την τιμή της παραμέτρου $\theta \in (0, \pi)$ για την οποία η συνάρτηση f με $f(x) = \sin^2 x + \sin^2(x + \theta) - \sin x \cdot \sin(x + \theta)$, $x \in \mathbb{R}$ είναι

σταθερή.

(β) Να βρείτε την τιμή της f .

Πρόβλημα 2: Δίνεται γωνία $\angle xOy$ και Oz η διχοτόμος της. Στην πλευρά Ox παίρνουμε τμήμα OA με $(OA) = \alpha$, στη διχοτόμο Oz παίρνουμε τμήμα OB με $(OB) = \frac{4\alpha}{3}$ και στην πλευρά Oy παίρνουμε τμήμα OG με $(OG) = \frac{16\alpha}{9}$. Αν το σημείο I είναι το μέσον του OB και το σημείο K είναι το μέσον του OG , να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $\triangle BIA$ και $\triangle BKG$ είναι όμοια.

Πρόβλημα 3: Θεωρούμε ορθογώνιο $AB\Gamma\Delta$ με διαστάσεις α, β με $\alpha \neq \beta$. Από τις κορυφές A, Γ φέρουμε παράλληλες ευθείες $(\varepsilon_1), (\varepsilon_2)$, οι οποίες δεν έχουν άλλο κοινό σημείο με το ορθογώνιο και στη συνέχεια φέρουμε από τις κορυφές B, Δ ευθείες $(\varepsilon_3), (\varepsilon_4)$ κάθετες στις $(\varepsilon_1), (\varepsilon_2)$. Οι ευθείες $(\varepsilon_1), (\varepsilon_2), (\varepsilon_3), (\varepsilon_4)$ σχηματίζουν ένα νέο ορθογώνιο $KLMN$, του οποίου το εμβαδόν συμβολίζουμε με E . Να βρείτε τη μέγιστη τιμή E_{max} του E .

Πρόβλημα 4: Δίνεται το σύνολο $A = \{2006 + |6^{2\mu} - 5^\nu|, \text{ με } \mu, \nu \in \{1, 2, 3, \dots\}\}$.

Να βρείτε το ελάχιστο στοιχείο του συνόλου A .